Materiales Eléctricos

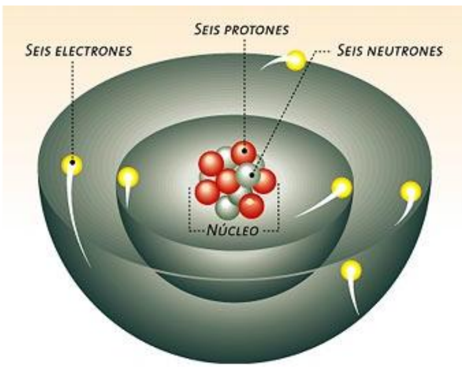
MATERIALES

Rutherford

Constituidos por cargas positivas y electrones

Eléctricamente neutro

Materia formada por átomos



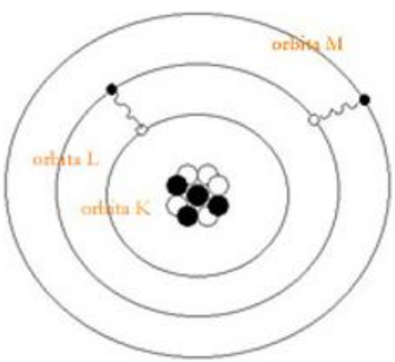
Partícula cargada acelerada radia energía

Situación crítica

N. Bohr

Con dichos valores el electrón se encuentra en estados que llamamos estacionarios y en ellos no se emite energía

El electrón no puede tener cualquier energía sino ciertos valores



Un electrón excitado modifica su estado, y se ubica en un nivel energético superior.

El electrón puede emitir energía, y descender un nivel.

Schrödinger desarrolla una ecuación de onda para describir al electrón bajo un poter

La solución es una función de onda

Caracteriza el estado del electrón mediante la incorporación de números cuánticos

$\boxed{n, l, m, s}$

Los electrones se sitúan en distintos niveles energéticos

Varía desde desde 0 hasta n-1

El índice de ocupación de estos orbitales está dado por el número cuántico m. Desde +l a – l pasando por 0

Para cada uno de ellos se definen los orbitales s, p, d,f

+1/2 y -1/2

La mecánica cuántica dice que los electrones se encuentran en niveles discretos y sus estados han de diferir al menos en un valor de cualquier número cuántico

n=1

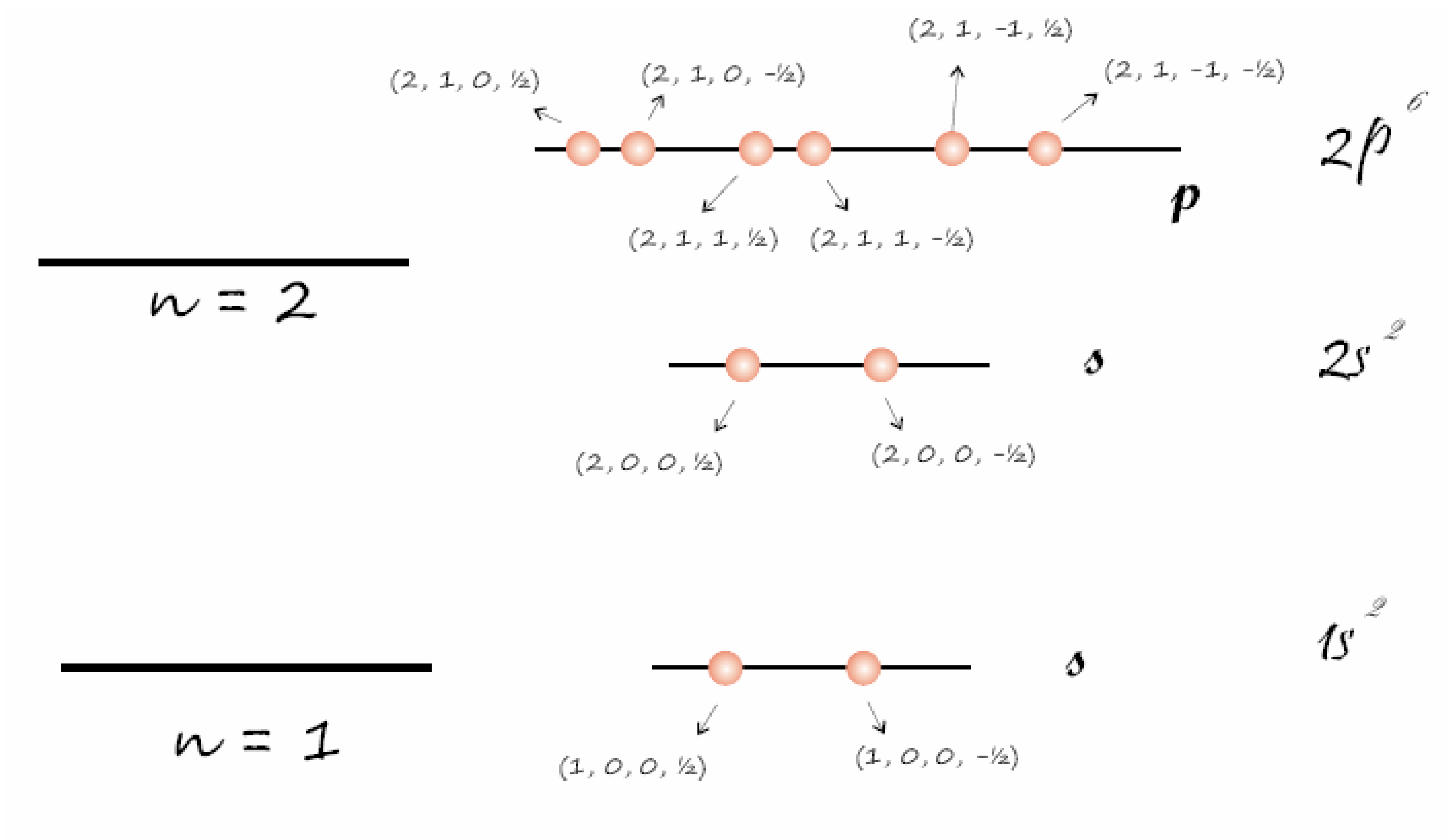
(1,0,0,1/2)

(1,0,0,-1/2)

n=2 → Dos subcapas

P, con capacidad para seis electrones

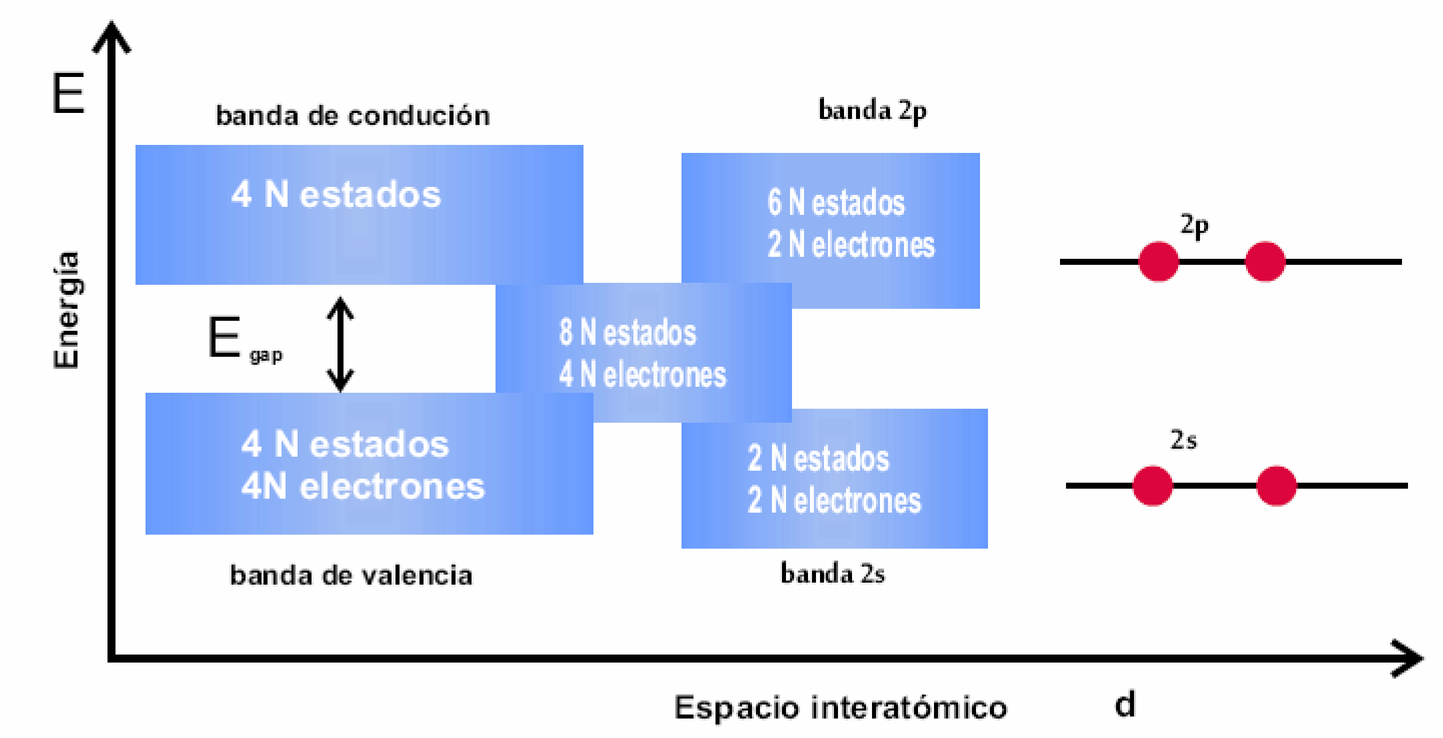
S, con dos electrones



Muchos elementos presentan una estructura cristalina

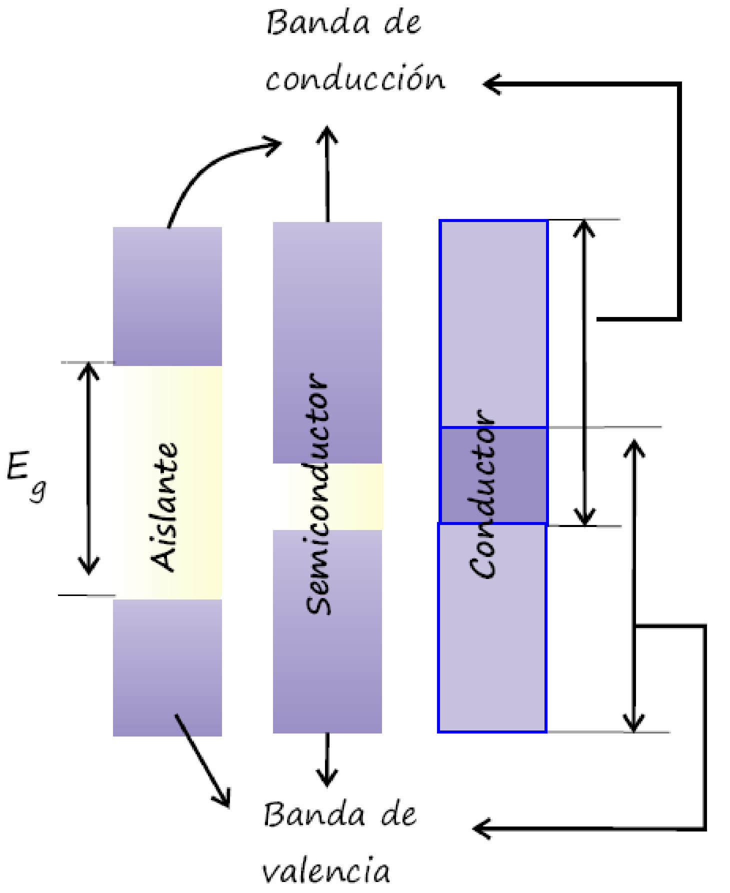
Cada uno de los niveles de energía de los átomos aislados, se desdoblará en N niveles de energía muy próximos formando una BANDA DE ENERGÍA

Átomo de carbono $1s^2\,2s^2\,p^2$



Todo material se clasifica, atendiendo a la estructura de su banda de energía

Aislantes o dieléctricos, semiconductores y conductores



Aislantes

Banda de conducción vacía, separa de la banda de valencia por un gap de energía de 6 eV.

Semiconductores

Gap, pequeño electrón en banda de valencia puede ser excitado y entrar en banda de conducción

Conductores. Propiedades

Un material conductor se caracteriza por disponer de cargas libres, y este hecho nos lleva a establecer una serie de **propiedades**

➛ $\boxed{\textit{Movimiento de las cargas.}}$

Los electrones chocarán con otras partículas cargadas y por tanto perderán energía y se producirán alteraciones en la dirección del movimiento inicial de la partícula

En promedio, la partícula mantiene una trayectoria paralela al campo y en el sentido de éste, si se trata de una carga positiva; y en sentido contrario, si la carga es negativa

tiempo que denominamos de relajación del momento lineal.

$$\vec{v} = -\frac{q\,\tau_m}{m}\,\vec{E}$$

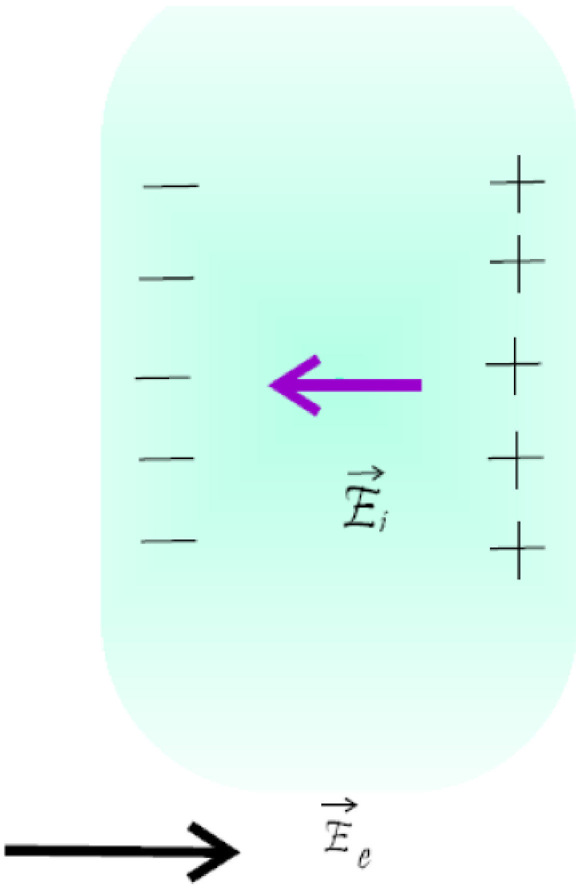
Velocidad de deriva

$$\mu = \frac{q\,\tau_m}{m}$$

Movilidad del electrón

$$\boxed{\vec{v} = -\mu\,\vec{E}}$$

➢ *El campo eléctrico en el interior de un conductor es nulo.*



➢ *No existe densidad de carga en el interior de un conductor.*

Aplicamos el teorema de Gauss a un conductor cargado o al que se le ha aplicado un campo externo, y tomamos como superficie gaussiana cualquier superficie cerrada en el interior de dicho conductor, entonces

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0} \qquad 0 = \frac{\rho}{\epsilon_0} \Rightarrow \rho = 0$$

Como el campo es nulo

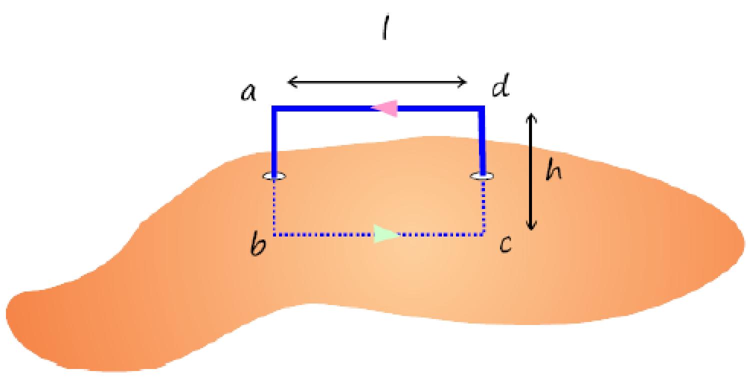
➛ *La carga neta se distribuye por la superficie.*

En virtud de la propiedad anterior, en el interior de un conductor cargado no hay carga y por tanto toda ésta debe estar distribuida en la superficie

➛ *El potencial en el interior de un conductor cargado o sometido a campos externos es constante.*

Como el campo eléctrico en el interior del conductor es nulo, entonces debe ser el potencial constante. Un conductor perfecto es por tanto un volumen equipotencial limitado por una superficie equipotencial.

➛ *El campo externo a la superficie del conductor ha de ser normal a dicha superficie.*



$\Delta h \to 0$, entonces

$$\int_{abcd} \vec{E} \cdot \vec{dl} = 0 = E_t \, \Delta t$$

$$\Downarrow$$

$$E_t = 0$$

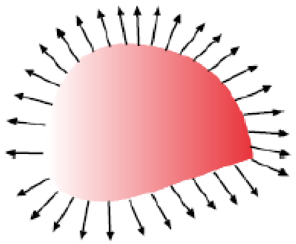
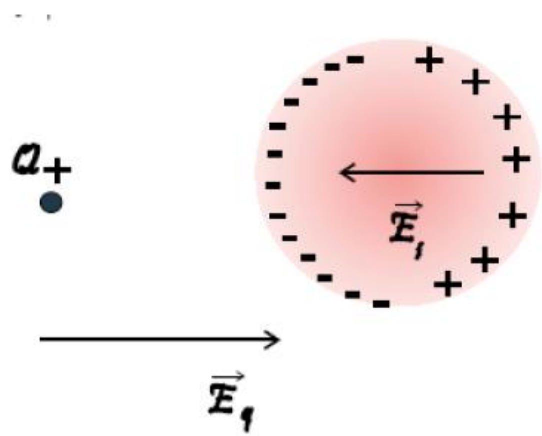


Figura 4.10: El campo es normal a la superficie.

➤ *Carga inducida.*



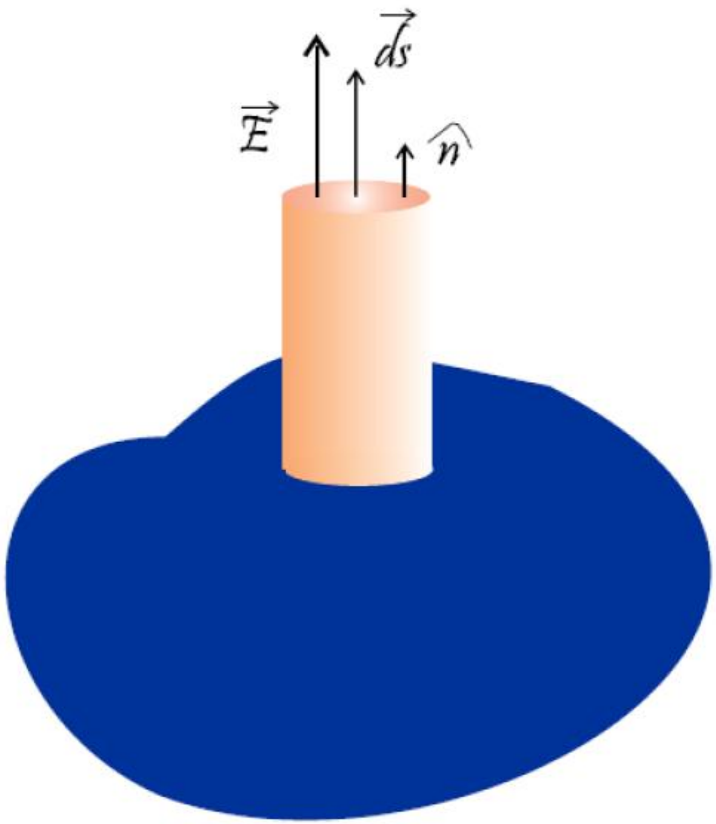
El conductor responde a la presencia de la carga puntual, moviendo sus cargas de forma que cancele el campo creado por dicha carga

Se induce carga negativa Q- cercana a Q+.

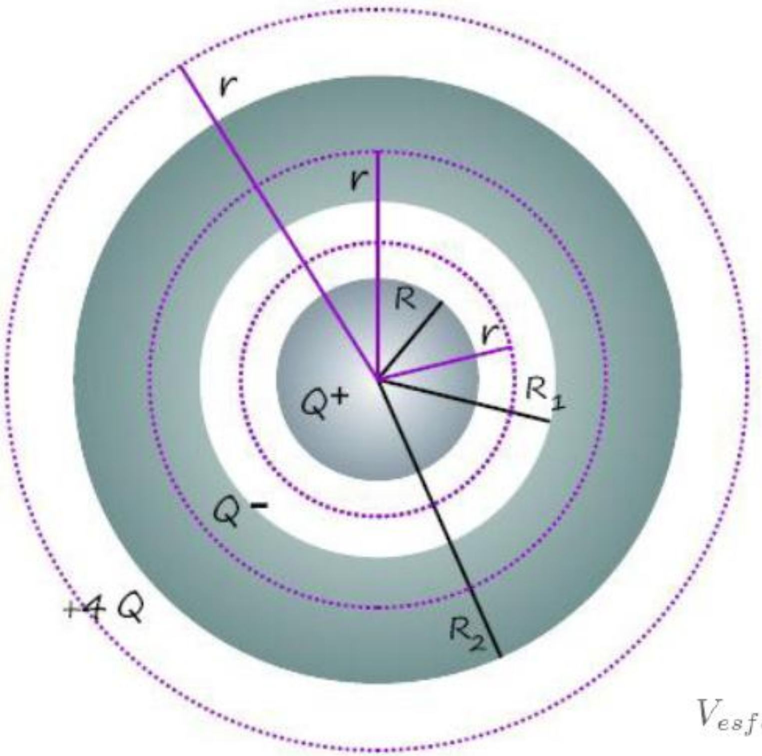
Campo en la superficie de un conductor

$$\int_S \vec{E}\cdot\vec{ds} \,=\, \int_{base}\vec{E}\cdot\vec{ds} \,=\, E\,S_b$$

$$E\,S_b \,=\, \frac{\sigma S_b}{\epsilon_0} \Rightarrow \vec{E} \,=\, \frac{\sigma}{\epsilon_0}\,\hat{u}_n$$



➪ Disponemos de una esfera conductora de radio R y carga Q y está rodeada por una corona esférica conductora y de carga $3Q$, concéntrica a la esfera. Vamos a determinar la distribución de cargas así como el campo en las distintas regiones y por último establecemos la diferencia de potencial entre la esfera y la corona.



$$V_{corona} = -\int_{\infty}^{R_2} \vec{E}_{r\geq R_2} \cdot \vec{dr}$$

$$V_{esfera} = -\int_{\infty}^{R_2} \vec{E}_{r\geq R_2} \cdot \vec{dr} - \int_{R_1}^{R} \vec{E}_{r<R} \cdot \vec{dr}$$

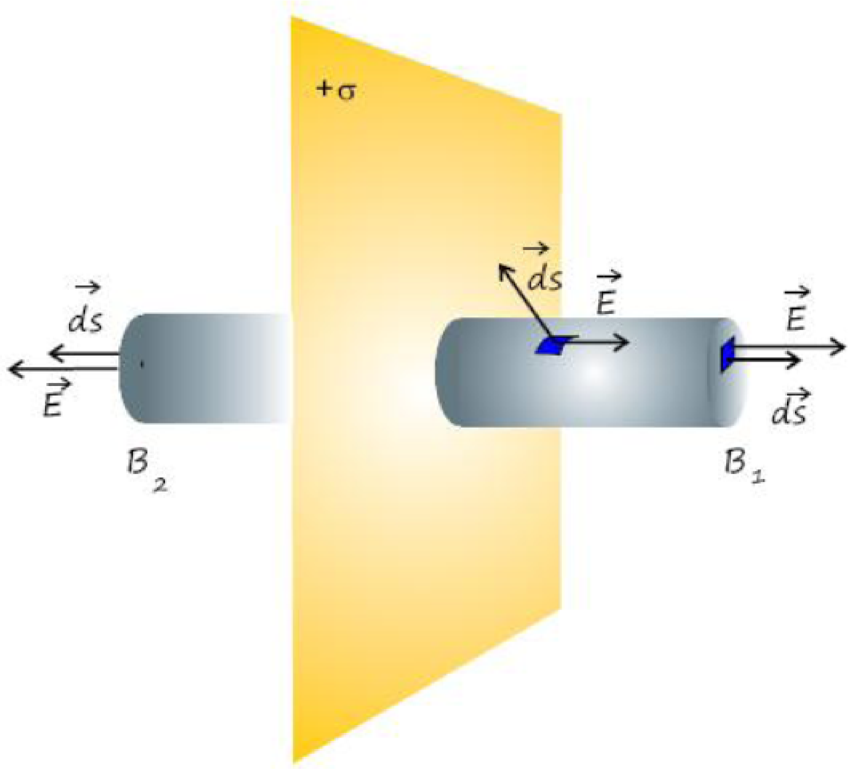
$$V_{esfera} - V_{corona} = -\int_{R_1}^{R} \vec{E}_{r<R} \cdot \vec{dr}$$

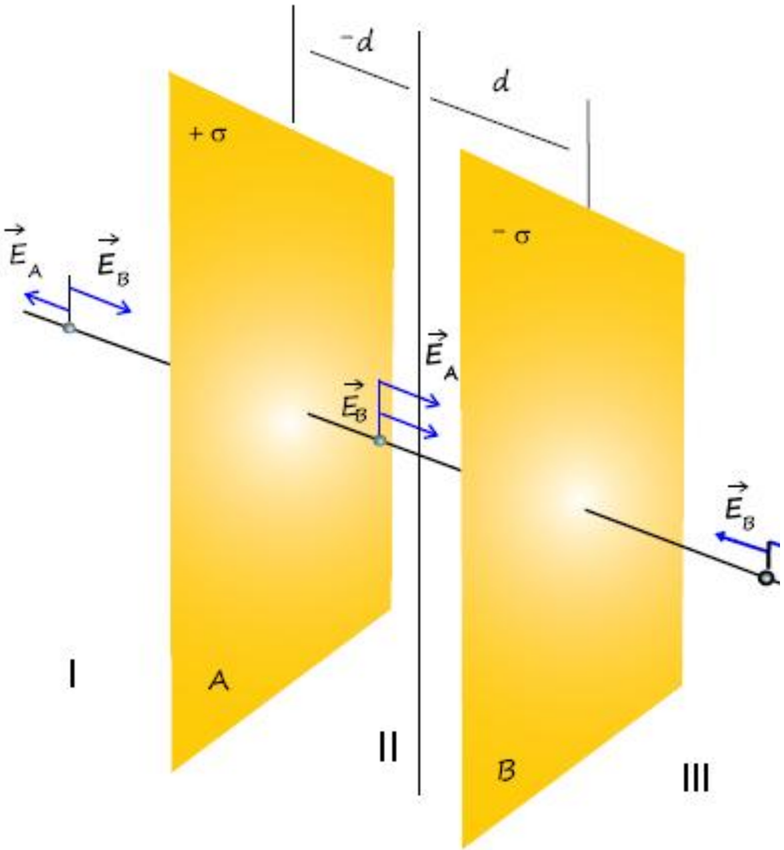
$$\int_S \vec{E} \cdot \vec{ds} = \int_S E\, ds = E \int_S = E 4\pi r^2$$

$$E\, 4\pi r^2 = \frac{Q}{\epsilon_0} \Rightarrow \vec{E} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2}\, \hat{u}_r$$

$$V_{esfera} - V_{corona} = -\int_{R_1}^{R} \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2} dr = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0}\left(\frac{R_1 - R}{R_1 R}\right)$$

➪ Consideramos dos placas delgadas, paralelas y conductoras con densidades de carga $+\sigma$ y $-\sigma$, como se muestra en la figura 4.18, separadas por una distancia $2d$. Determina el campo en las regiones I, II y III.





$$\vec{E}_A = \begin{cases} \frac{\sigma}{2\epsilon_0}\,\hat{\jmath} & \text{si } y > -d \\ \frac{\sigma}{2\epsilon_0}\,\hat{\jmath} & \text{si } y < -d \end{cases}$$

$$\vec{E}_B = \begin{cases} -\frac{\sigma}{2\epsilon_0}\,\hat{\jmath} & \text{si } y > d \\ \frac{\sigma}{2\epsilon_0}\,\hat{\jmath} & \text{si } y < d \end{cases}$$

Aplicamos el principio de superposición

$$\vec{E} = \begin{cases} \frac{\sigma}{\epsilon_0}\,\hat{\jmath} & \text{si } |y| < d \\ 0 & \text{si } |y| > d \end{cases}$$

DIELÉCTRICOS

- No todas las sustancias responden de la misma forma ante un campo eléctrico

- los dieléctricos, que presentan todas las cargas ligadas, responden de un modo muy particular

dicho campo provoca un desplazamiento o una descolocación de las cargas

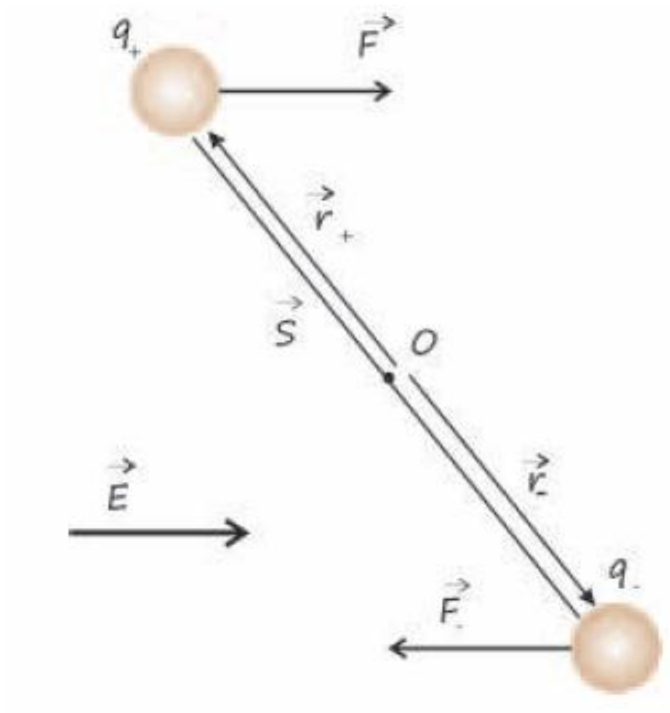
los núcleos se ven empujados en el sentido del campo

los electrones en sentido contrario

- Los compuestos están formados por moléculas y sucede que cuando se aplica un campo eléctrico a dicho compuesto, entonces se produce un 'estiramiento' de dichas moléculas. Tal estiramiento produce una separación de las cargas

aparecen dipolos eléctricos

caracterizados por los momentos dipolares $(\vec{p})$ orientados siempre de la carga negativa a la positiva



Sobre cada carga

$$\vec{F}_{q+} = q\,\vec{E}$$

$$\vec{F}_{q-} = -q\,\vec{E}$$

existe un momento o torque con relación al punto O

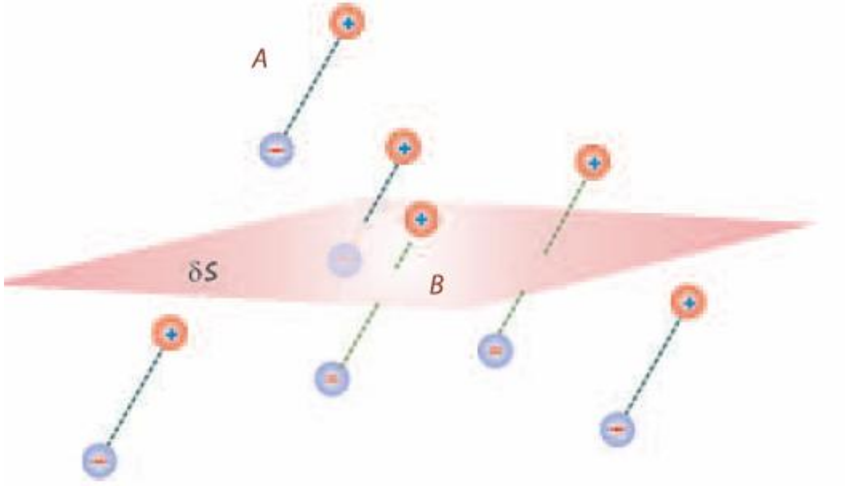
De esta forma el momento dipolar eléctrico se alinea parcialmente con el campo

$$\vec{\tau} = \left(\vec{r}_+ \times \vec{F}_+\right) + \left(\vec{r}_- \times \vec{F}_-\right)$$

$$\vec{\tau} = \left(\frac{\vec{s}}{2} \times q\vec{E}\right) + \left(\frac{-\vec{s}}{2} \times -q\vec{E}\right) = q\vec{s} \times \vec{E} = \vec{p} \times \vec{E}$$

Densidades de carga de polarización

Disponemos de material dieléctrico polarizado



Una superficie δs , situada en el interior del material dieléctrico, atraviesa a unos dipolos y a otros no

Un dipolo está cortado si

Construimos un paralepípedo desplazando dicha superficie

$$+s/2 \text{ y } -s/2$$

Si el centro del dipolo está contenido en este volumen ➡ la superficie en cuestión corta al dipolo

n → el número de dipolos por unidad de volumen

el número de dipolos cortados por la superficie

$$N = n\,\Delta V$$

$$N = n\,\Delta V$$

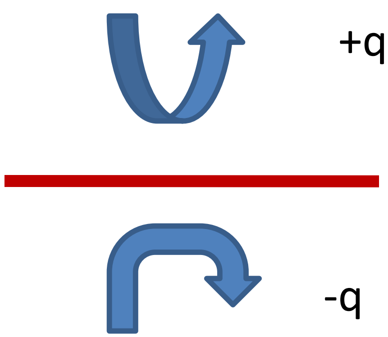
volumen del paralepípedo

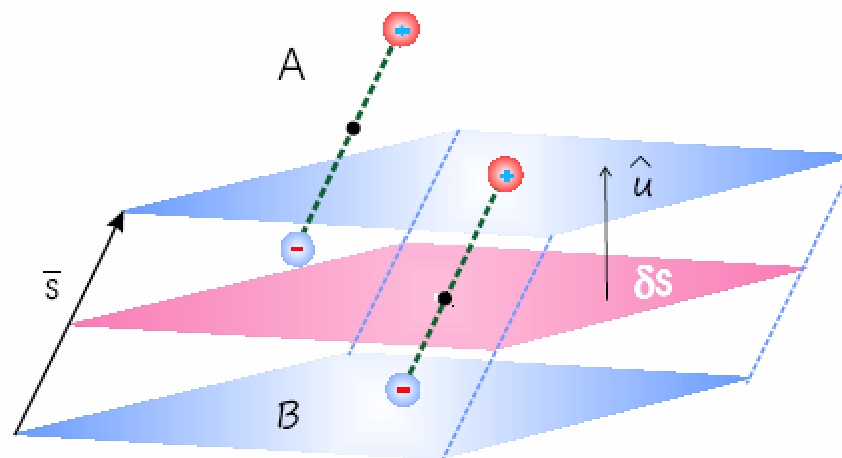
el número de dipolos cortados por la superficie

el número de dipolos por unidad de volumen

volumen del paralepípedo $\rightarrow (\delta s \;\hat{u} \cdot \vec{s})$

$$N = n\,\delta s \;\hat{u} \cdot \vec{s}$$





δQ

Carga neta ligada a la cara superior de dicha superficie

Carga neta ligada a la cara inferior

$-\,\delta Q$

Dicha carga ligada es

$$\delta Q = q\, n\, \delta s\; \hat{u} \cdot \vec{s}$$

reescribimos esta carga ligada en función del momento dipolar

$$\delta Q = nq\vec{s} \cdot \vec{\delta s} = n\vec{p} \cdot \vec{\delta s}$$

Polarización eléctrica

Material dieléctrico en presencia de un campo eléctrico

Se polariza

- Moléculas no polares
  - Se inducen dipolos
  - Se orientan los momentos dipolares
- Moléculas polares
  - Reordenamiento de los momentos dipolares
  - Alineación no total de los momentos

Introducimos el vector **Polarización eléctrica**, como una medida de este fenómeno y representa el momento dipolar total de las moléculas por unidad de volumen

$$\vec{P} = \frac{1}{\Delta V}\sum_{n=1}^{\infty} \vec{p}_n$$

La carga ligada en términos de la Polarización es

$$\delta Q = \vec{P} \cdot \vec{\delta s}$$

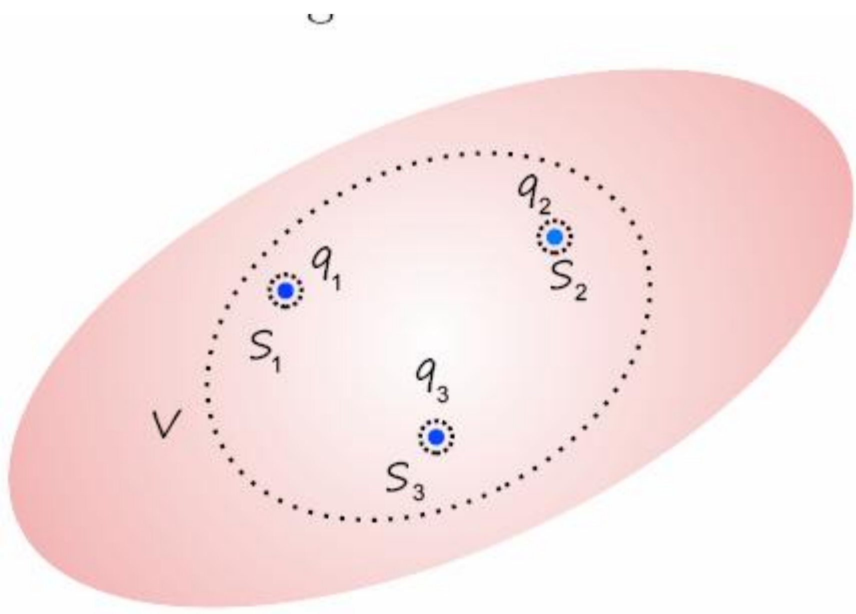
Hablamos de carga de polarización superficial $\longrightarrow$

$$\boxed{\sigma_p = \vec{P} \cdot \hat{n}}$$

$$\rho_v = -\vec{\nabla} \cdot \vec{P}$$

$\Leftarrow$ la densidad volumétrica de carga ligada la expresamos como

Ley de Gauss en dieléctricos



$$\int_S \vec{E} \cdot \mathrm{d}\tilde{\mathrm{s}} = \frac{\mathrm{Q_T}}{\epsilon_0}$$

$$Q_T = Q + Q_p$$

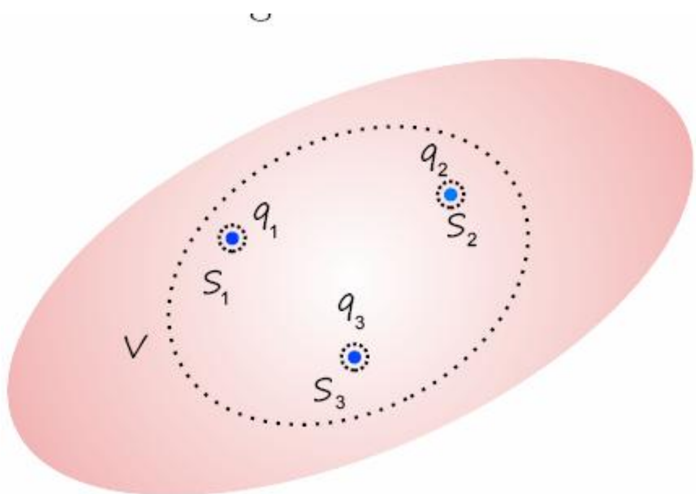
$$\int_S \vec{E} \cdot \vec{ds} = \frac{Q + Q_p}{\epsilon_0}$$

$$Q = q_1 + q_2 + q_3$$

la carga de polarización la encontramos en las
superficies que rodean a las cargas
libres, y al resto

$$Q_p = \int_{S_1+S_2+S_3} \vec{P}\cdot\hat{n}\,ds + \int_V -\vec{\nabla}\,'\vec{P}\,dv'$$

S1, S2 y S3 las superficies que rodean a las cargas libres y V el volumen del dieléctrico que es rodeado por la superficie gaussiana



Si utilizamos el teorema de la divergencia, la carga volumétrica de polarización queda expresad

$$\int_V -\vec{\nabla}\,'\vec{P}\,dv' = -\int_{S+S_1+S_2+S_3} \vec{P}\cdot\hat{n}\,ds$$

$$Q_p = \int_{S_1+S_2+S_3} \vec{P}\cdot\hat{n}\,ds - \int_{S+S_1+S_2+S_3} \vec{P}\cdot\hat{n}\,ds = -\int_S \vec{P}\cdot\hat{n}\,ds$$

el flujo del campo es

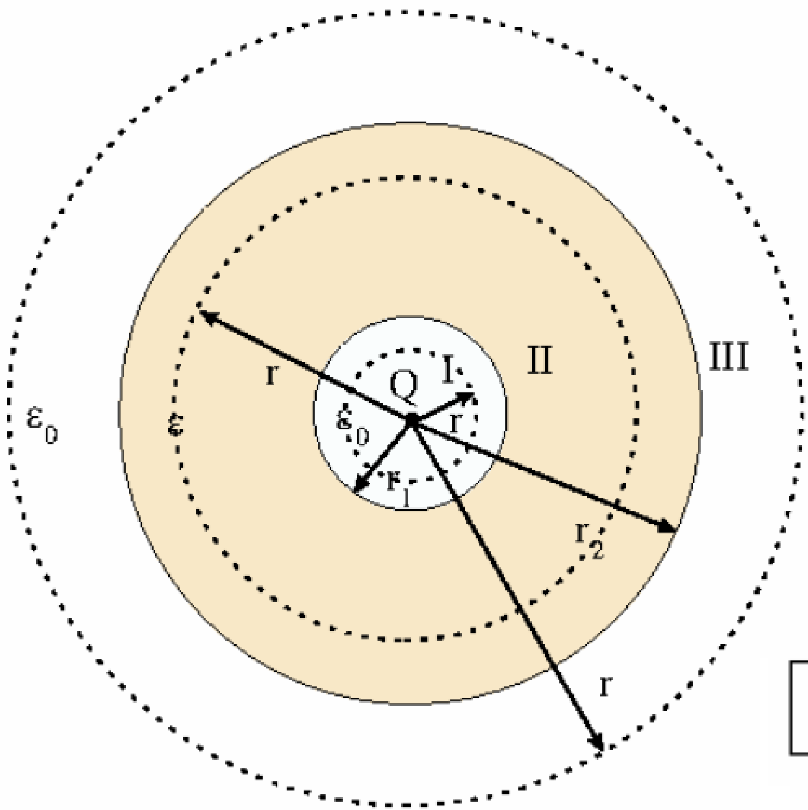
$$\int_S \vec{E} \cdot \vec{ds} = \frac{Q}{\epsilon_0} - \frac{1}{\epsilon_0} \int_S \vec{P} \cdot \hat{n}\, ds$$

$$\int_S \left(\epsilon_0 \vec{E} + \vec{P} \right) \cdot \hat{n}\, ds = Q$$

$$\boxed{\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}}$$ $\longrightarrow$ desplazamiento eléctrico

$$\int_S \vec{D} \cdot \vec{ds} = Q$$

Disponemos de una corona esférica dieléctrica de constante ϵ y de radios r_1 y r_2 y una carga Q en su interior. Determina el campo y la polarización en todas las regiones,



$\boxed{r \geq r_2}$

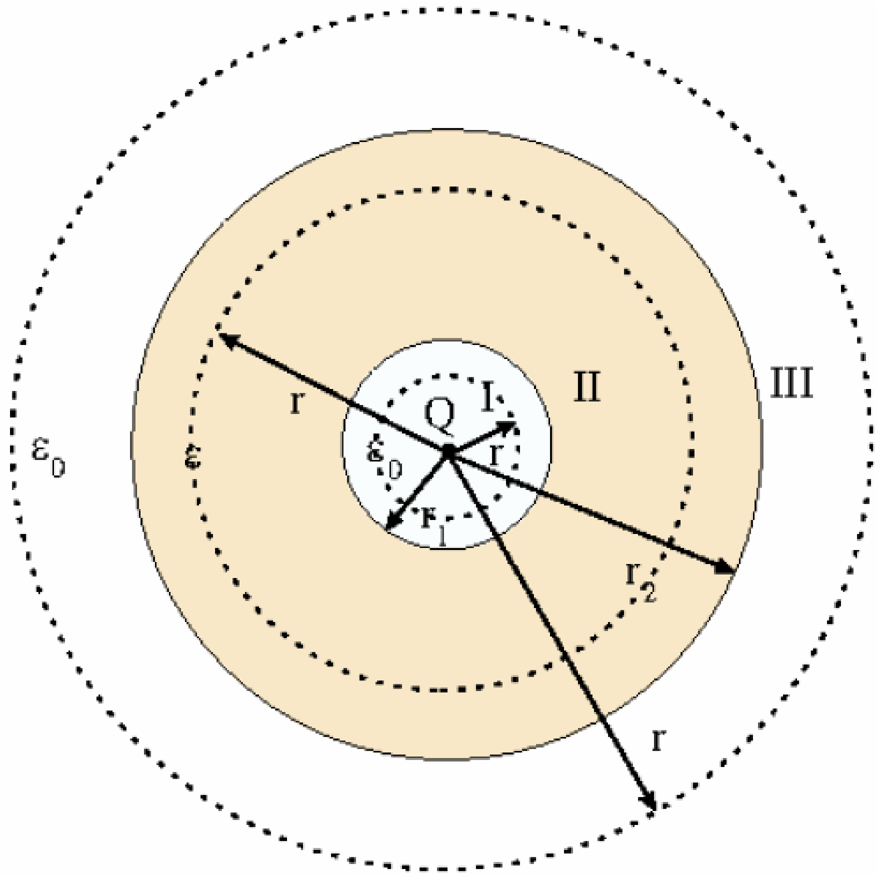
$$\int_S \vec{D} \cdot d\tilde{s} = Q$$

$$D_{III}\, 4\pi r^2 = Q \Rightarrow \vec{D}_{III} = \frac{Q}{4\pi r^2}\,\hat{u}_r$$

$$\vec{D}_{III} = \epsilon_0\, \vec{E}_{III} \Rightarrow \boxed{\vec{E}_{III} = , \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2}\,\hat{u}_r}$$

$\boxed{r \leq r_1}$

$$\vec{D}_I = \epsilon_0\, \vec{E}_I \Rightarrow \boxed{\vec{E}_I = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2}\,\hat{u}_r}$$



$\boxed{r_1 \leq r \leq r_2}$

$$\vec{D}_I = \vec{D}_{II} = \vec{D}_{III} = \frac{Q}{4\pi r^2}\,\hat{u}_r$$

$$\vec{D}_{II} = \epsilon\,\vec{E}_{II} \Rightarrow \boxed{\vec{E}_{II} =, \frac{Q}{4\pi\epsilon r^2}\,\hat{u}_r}$$

Sólo hay polarización en la región II

$$\boxed{\vec{P} = \vec{D_{II}} - \epsilon_0 \vec{E_{II}} = \frac{Q}{4\pi r^2}\left(1 - \frac{\epsilon_0}{\epsilon}\right)\hat{u}_r}$$

Susceptibilidad eléctrica

el mayor o menor grado de polarización del medio

influye

comportamiento del dieléctrico cuando es sometido a un campo eléctrico externo

Debe por tanto existir una relación entre la polarización y el campo eléctrico aplicado

Ecuación constitutiva del material

$$\vec{P} = \vec{P}\left(\vec{E}\right)$$

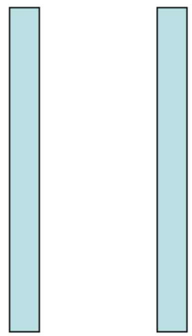
En muchos medios, la relación es lineal

$$\vec{P} = \epsilon_0\,\chi_e\,\vec{E}$$

susceptibilidad eléctrica del medio

depende del material considerado

Capacidad y condensadores



+Q - Q

Conductores $\longrightarrow$ Potencial constante en su superficie

$$V_+ - V_- = -\int_-^+ \vec{E}\cdot d\vec{l}$$

Proporcional a Q

Proporcional a Q

- La constante de proporcionalidad la llamaremos *capacitancia* o *capacidad* se mide en **faradays**, (**F**) $\mu F\ (10^{-6} F)$ picofaradios $pF\ \left(10^{-12} F\right)$

- Cuando hablamos de la capacitancia o capacidad de un conductor aislado

El segundo conductor está en el infinito

- Cuando uno de los conductores apantalla a otro, es decir tienen la misma carga pero cambiada de signo, entonces la distribución formada por la cara exterior del conductor interno junto con la cara interna del externo, recibe el nombre de *condensador* y establecemos que su capacidad es:

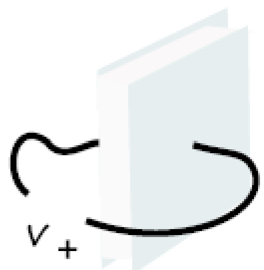
$$\boxed{C = \frac{Q}{\Delta V}} \tag{1.3}$$

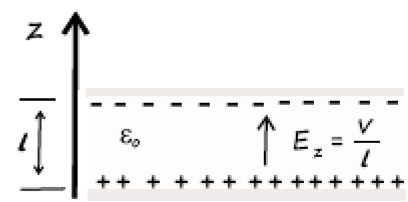
Condensadores con material dieléctrico

Dicho material no sólo incrementará la capacidad de
un condensador, sino que además constituirá un medio adecuado para
separar los conductores y proporcionará rigidez mecánica al sistema

Un condensador de placas plano paralelas, de dimensiones infinitas, y sometidas a una diferencia de potencial, V . Entre dichas placas no hay material alguno, tratamos el vacío.

$$E_z = \frac{V}{L}$$

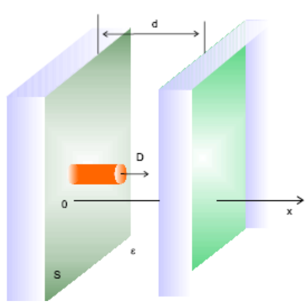




Su capacidad es

$$C = \frac{\epsilon_0 \, A}{l}$$

En efecto:

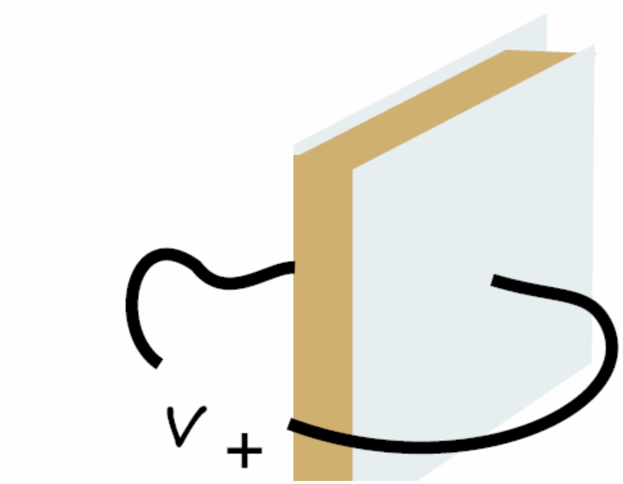


$$\vec{E}_T = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}\,\hat{\imath} + \frac{\sigma}{2\epsilon_0}\,\hat{\imath} = \frac{\sigma}{\epsilon_0}\,\hat{\imath}$$

$$|V_0| = \int \vec{E}_T \cdot d\vec{l} = \frac{\sigma}{\epsilon_0}\, d$$

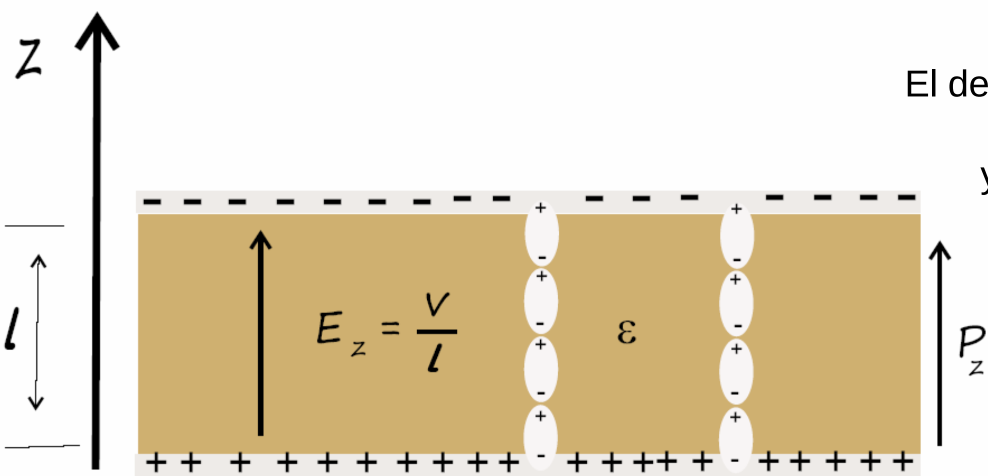
$$C = \frac{Q}{|V_0|} = \frac{\sigma \, A}{\sigma \, d \,/\, \epsilon_0} = \frac{A \, \epsilon_0}{d}$$

Introducimos un dieléctrico lineal



el campo permanecerá invariable ya que la diferencia de potencial es la misma, pero la carga de las placas, y por tanto la capacidad, aumentarán

las cargas de polarización en las placas cancelarán parcialmente la carga libre



El desplazamiento eléctrico

$$D_z = \epsilon E_z$$

y la polarización

$$P_z = D_z - \epsilon_0 E_z$$

$$P_z = \epsilon E_z - \epsilon_0 E_z$$

$$P_z = (\epsilon - \epsilon_0) \frac{V}{L}$$

La densidad de carga de polarización en la superficie pegada a la placa (z = 0) es

$$\sigma_{p_{z=0}} = \vec{P}_{(z=0)} \cdot \hat{n} = (\epsilon - \epsilon_0) \frac{V}{L}$$

La densidad de carga que aparece en la otra placa, z = L, es la misma pero cambiada de signo

$$\sigma_{p_{z=0}} = -\sigma_{p_{z=L}}$$

La carga neta en la placa se verá afectada por la presencia de la carga de polarización

$$Q_T = Q_f + Q_p$$

$$Q_T = \epsilon_0 \frac{V}{L} A + (\epsilon - \epsilon_0) \frac{V}{L} A = \epsilon \frac{V}{L} A$$

$$\boxed{C_2 = \frac{Q_T}{V} = \frac{\epsilon\, A}{L}}$$

Relacionamos las capacidades

$$\frac{C_1}{C_2} = \frac{\epsilon_0}{\epsilon}$$

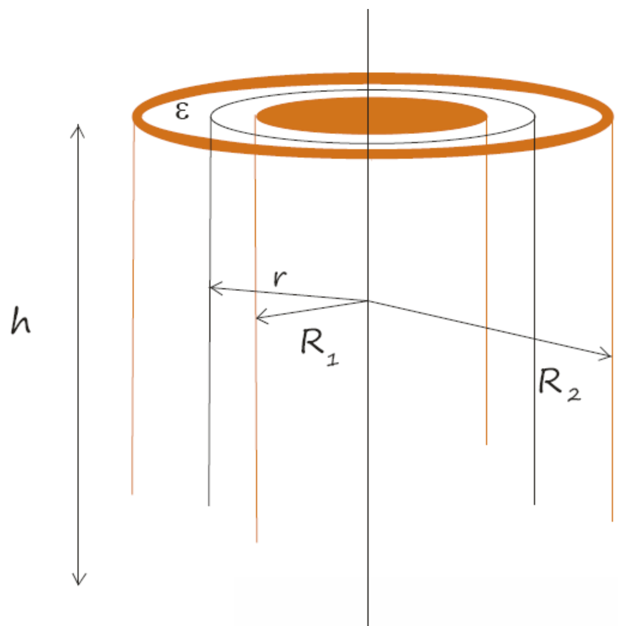
La capacidad depende de la superficie, la separación entre placas y de la constante dieléctrica del medio.

$$\epsilon > \epsilon_0 \longrightarrow C_1 < C_2$$

Condensador sin dieléctrico tiene una capacidad inferior al mismo condensador con un dieléctrico entre sus placas

la capacidad, que siempre es positiva, es función únicamente de la geometría y permitividad dieléctrica, y no de los niveles de voltaje, siempre que los dieléctricos sean lineales

➪ Disponemos de dos cilindros conductores coaxiales, de altura h. El interior tiene un radio R_1 y está uniformemente cargado con una carga $+q$. El otro tiene un radio R_2 y está cargado con una carga $-q$, y el medio entre ellos es un dieléctrico de constante ϵ . Supongamos que las dimensiones de los radios son muy pequeñas en comparación a la altura h de los cilindros, así de esta forma no tenemos en cuenta el campo en los extremos. Determina la capacidad de dicho condensador.



$$V(R_2) = -\int_{\infty}^{R_2} \vec{E}_e \cdot d\vec{r}$$

$$V(R_1) = -\int_{\infty}^{R_2} \vec{E}_e \cdot d\vec{r} - \int_{R_2}^{R_1} \vec{E}_i \cdot d\vec{r}$$

$$V(R_1) = V(R_2) - \int_{R_2}^{R_1} \vec{E}_i \cdot d\vec{r} \Rightarrow V(R_1) - V(R_2) = -\int_{R_2}^{R_1} \vec{E}_i \cdot d\vec{r}$$

$$\phi_S = \phi_{S_L} = \int_{S_L} \vec{D} \cdot \vec{ds} = D\, 2\pi\, r\, h$$

Aplicamos el teorema de Gauss

$$\phi_{S_L} = q \;\Rightarrow\; D\, 2\pi\, r\, h = q \;\Rightarrow\; D = \frac{q}{2\pi\, r\, h}$$

$$\vec{D} = \epsilon\, \vec{E}_i \longrightarrow \vec{E} = \frac{q}{2\pi\, \epsilon\, r\, h}\, \hat{r}$$

$$V(R_1) - V(R_2) = -\int_{R_2}^{R_1} \frac{q}{2\pi\, \epsilon\, r\, h}\, \hat{r} \cdot dr\, \hat{r} = -\frac{q}{2\pi\, \epsilon\, h}\, \ln \frac{R_2}{R_1}$$

y la capacidad resulta

$$C = \frac{q}{\Delta V} = \frac{2\pi\, \epsilon}{\ln R_2/R_1}$$