José D. Catalá Jose Abad Manuel Caravaca

Práctica I: Medidas de longitud, superficie y volumen

Objetivos

- Medida de longitudes con diversos instrumentos de precisión.
- Determinación de superficies y volumenes regulares.

Materiales

- Calibrador.
- Tornillo micrométrico.
- Diversas piezas metálicas.

Fundamento

Tanto el *calibrador* como el *tornillo micrométrico* están basados en el funcionamiento del *'nonius'*. El *'nonius'* es un sencillo artificio que consta de una escala móvil que desliza sobre otra escala que está fija.

En la figura (1) observamos una escala móvil formada por 10 divisiones. Otras escalas móviles presentan 20 divisiones. Definimos la *precisión* como

$$p = \frac{1}{n}$$

donde n representa el número de divisiones de la escala móvil.

En los dos casos que estamos comentando, las precisiones son:

$$p = \frac{1}{10} = 0{,}1\,\mathrm{mm}$$

$$p = \frac{1}{20} = 0{,}05\,\mathrm{mm}$$

Por tanto el error instrumental será en cada caso de 0.1 mm y 0.05 mm respectivamente.

Para realizar una medida, por ejemplo, el diámetro de una bolita, -figura (1)- se procederá de la siguiente forma:

1. Se desplaza la regla móvil de forma que el objeto quede abrazado por ambas escalas.
2. Contamos las divisiones de la escala fija hasta el cero de la escala móvil. En la figura (1) observamos 4 divisiones.
3. En la escala móvil contamos las divisiones hasta la división que coincida con la escala fija. En el ejemplo son cinco las divisiones.

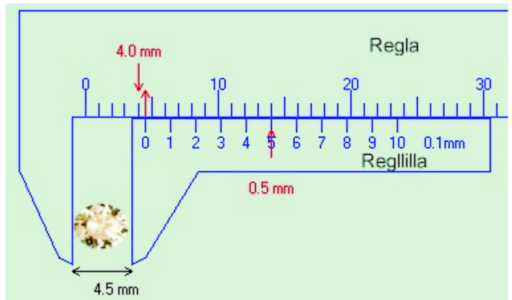

Figura 1: Medición con el calibre.

4. La medida resultante será

$$D + p\,d \tag{1}$$

donde D representa las divisiones de la escala fija, y d las de la escala móvil. En nuestro caso la medida resulta:

$$4 + \frac{1}{10} \cdot 5 = 4{,}5\,\mathrm{mm}$$

Supongamos que el cero de la escala móvil no coincida con el cero de la escala fija, en este caso decimos que cometemos un cierto error, '*error del cero*'. Para determinar este error colocamos ambos ceros en posición de coincidencia, y contabilizamos las divisiones de la escala fija, D_0 junto con las de la móvil, hasta que la última de estas coincida con una división de la escala fija, d_0. La medida en este caso resulta

$$\epsilon_0 = D_0 + p\,d_0$$

Cuando realizamos una medida tendremos que tener en cuenta este error. Así de ahora en adelante todas las medidas irán acompañadas de este error.

$$(D + p\,d) + \epsilon_0 = (D + D_0) + p\,(d + d_0)$$

Realización

❐ Medir la longitud de una pieza
❐ Medir la superficie de una pieza
❐ Medir el volumen de una pieza

Medición de la longitud

Número	Medida (x_i)	Dispersión ($\lvert x_i - \bar{x} \rvert$)
1		
2		
3		
4		
5		
6		
7		
8		
9		

$\bar{x} =$ mm

$\sigma =$

$2\frac{\sigma}{\sqrt{n}} =$

$L.E.E. = max\,(L.E.I. + 2\frac{\sigma}{\sqrt{n}}) =$

$l = (\quad \pm \quad)$ mm

Medición del volumen de la pieza

La pieza representada en la figura 2 está formada por dos cilindros y un hueco cilíndrico. Para determinar su volumen, determinamos los volúmenes de estos tres cilindros; de esta forma el volumen de la pieza resulta

$$V = V_1 + V_2 - V_3$$

El volumen es una magnitud indirecta, por lo que mediremos la longitud del cilindro así como el diámetro. El volumen es:

$$V = \frac{\pi D^2}{4} h$$

Para cada volumen mediremos su diámetro D y su altura h.

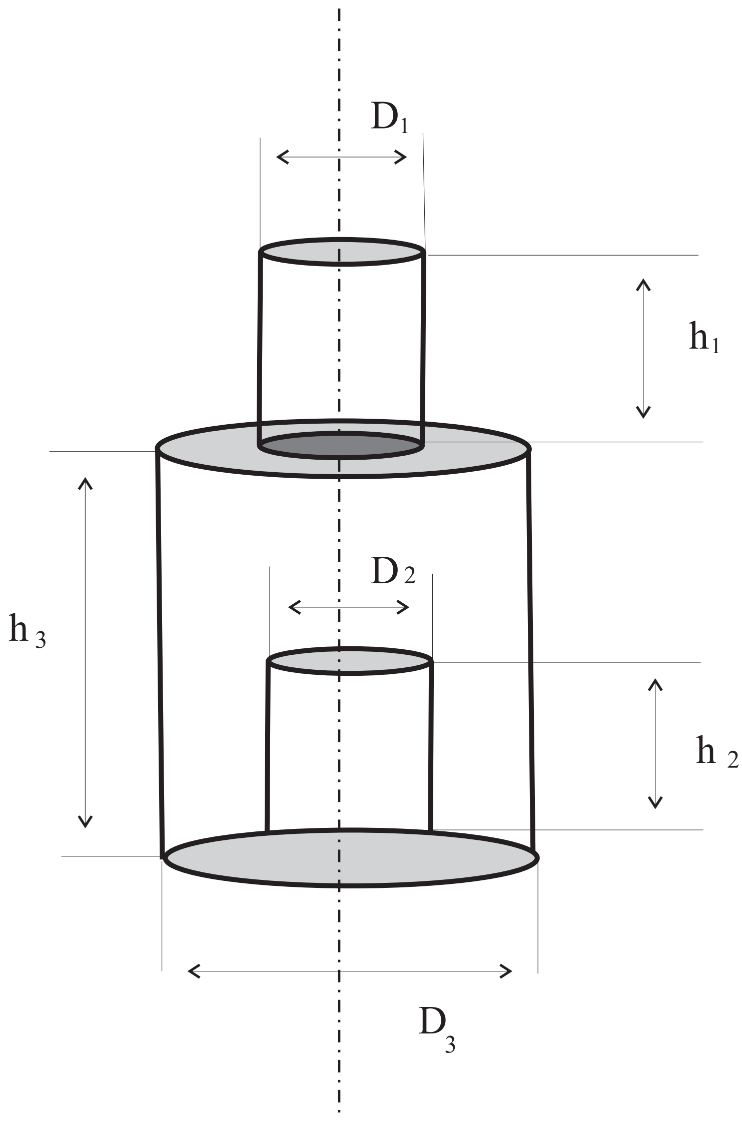

Figura 2: Medida del volumen de esta pieza.

Medición del diámetro 1

Número	Medida (x_i) mm	Dispersión ($\lvert x_i - \bar{x} \rvert$)
1		
2		
3		
4		
5		
6		
7		
8		
9		

$\bar{x} =$ mm

$\sigma =$

$2\frac{\sigma}{\sqrt{n}} =$

$L.E.E. = max\,(L.E.I. + 2\frac{\sigma}{\sqrt{n}}) =$

$D_1 = (\qquad \pm \qquad)$ mm

Medición de la altura 1

Número	Medida (x_i) mm	Dispersión ($\lvert x_i - \bar{x} \rvert$)
1		
2		
3		
4		
5		
6		
7		
8		
9		

$\bar{x} =$ mm

$\sigma =$

$2\frac{\sigma}{\sqrt{n}} =$

$L.E.E. = max\,(L.E.I. + 2\frac{\sigma}{\sqrt{n}}) =$

$h_1 = (\qquad \pm \qquad)$ mm

Medición del diámetro 2

Número	Medida (x_i) mm	Dispersión ($\|x_i - \bar{x}\|$)
1		
2		
3		
4		
5		
6		
7		
8		
9		

$\bar{x} =$ mm

$\sigma =$

$2\frac{\sigma}{\sqrt{n}} =$

$L.E.E. = max\,(L.E.I. + 2\frac{\sigma}{\sqrt{n}}) =$

$D_2 = (\qquad \pm \qquad)$ mm

Medición de la altura 2

Número	Medida (x_i) mm	Dispersión ($\|x_i - \bar{x}\|$)
1		
2		
3		
4		
5		
6		
7		
8		
9		

$\bar{x} =$ mm

$\sigma =$

$2\frac{\sigma}{\sqrt{n}} =$

$L.E.E. = max\,(L.E.I. + 2\frac{\sigma}{\sqrt{n}}) =$

$h_2 = (\qquad \pm \qquad)$ mm

Medición del diámetro 3

Número	Medida (x_i) mm	Dispersión ($\lvert x_i - \bar{x}\rvert$)
1		
2		
3		
4		
5		
6		
7		
8		
9		

$\bar{x} =$ mm

$\sigma =$

$2\frac{\sigma}{\sqrt{n}} =$

$L.E.E. = max\,(L.E.I. + 2\frac{\sigma}{\sqrt{n}}) =$

$D_3 = (\qquad \pm \qquad)$ mm

Medición de la altura 3

Número	Medida (x_i) mm	Dispersión ($\lvert x_i - \bar{x}\rvert$)
1		
2		
3		
4		
5		
6		
7		
8		
9		

$\bar{x} =$ mm

$\sigma =$

$2\frac{\sigma}{\sqrt{n}} =$

$L.E.E. = max\,(L.E.I. + 2\frac{\sigma}{\sqrt{n}}) =$

$h_3 = (\qquad \pm \qquad)$ mm

Una vez determinados los diámetros y las alturas, procedemos a determinar los valores de los volúmenes:

$$V_1 \;=\; \frac{\pi\, D_1^2}{4}\, h_1$$

$$V_2 \;=\; \frac{\pi\, D_2^2}{4}\, h_2$$

$$V_3 \;=\; \frac{\pi\, D_3^2}{4}\, h_3$$

Para determinar los errores correspondientes es necesario utilizar el cálculo diferencial, ya que el volumen es una medida indirecta.

$$dV \;=\; \left|\left(\frac{\partial V}{\partial D}\right)_h\right| dD \;+\; \left|\left(\frac{\partial V}{\partial h}\right)_D\right| dh$$

donde hemos considerado que el error de $\pi = 3{,}1415159$ al tomarlo con estas cifras, es poco significativo comparado con los errores del diámetro y de la altura.

Determinamos esas derivadas parciales

$$\left(\frac{\partial V}{\partial D}\right)_h \;=\; \frac{\pi\, D\, h}{2}$$

$$\left(\frac{\partial V}{\partial h}\right)_D \;=\; \frac{\pi\, D^2}{4}$$

Analizamos la relación entre errores absolutos:

$$\Delta V \;=\; \frac{\pi\, D\, h}{2}\, \Delta D \;+\; \frac{\pi\, D^2}{4}\, \Delta h$$

Introducimos los valores correspondientes para los distintos volumenes

$V_1 \;=\; ($	$\pm$	$)\ \mathrm{mm}^3$
$V_2 \;=\; ($	$\pm$	$)\ \mathrm{mm}^3$
$V_3 \;=\; ($	$\pm$	$)\ \mathrm{mm}^3$

Determinamos, finalmente, el volumen de la pieza

$$V \;=\; V_1 \,+\, V_2 \,-\, V_3$$

El error es

$$dV \;=\; \left(\frac{\partial V}{\partial V_1}\right)_{V_2,V_3} dV_1 \;+\; \left(\frac{\partial V}{\partial V_2}\right)_{V_1,V_3} dV_2 \;+\; \left(\frac{\partial V}{\partial V_3}\right)_{V_1,V_2} dV_3$$

Es decir

$$\Delta V \;=\; \Delta V_1 \,+\, \Delta V_2 \,+\, \Delta V_3$$

Sustituyendo los valores obtenidos, el volumen resulta

$$\boxed{V \;=\; (\qquad\qquad\qquad \pm \qquad\qquad\qquad)\ \mathrm{mm}^3}$$

Resumen

Los valores aquí reflejados tendrán que exportarse al correo del profesor, para ello se utilizará el programa que acompaña a dicha práctica.

Medida de longitud

$$\boxed{l \;=\; (\qquad\qquad \pm \qquad\qquad)\ \mathrm{mm}}$$

Medida del volumen de una pieza

$$\boxed{V_1 \;=\; (\qquad\qquad\qquad \pm \qquad\qquad\qquad)\ \mathrm{mm}^3}$$

$$\boxed{V_2 \;=\; (\qquad\qquad\qquad \pm \qquad\qquad\qquad)\ \mathrm{mm}^3}$$

$$\boxed{V_3 \;=\; (\qquad\qquad\qquad \pm \qquad\qquad\qquad)\ \mathrm{mm}^3}$$

$$\boxed{V \;=\; (\qquad\qquad\qquad \pm \qquad\qquad\qquad)\ \mathrm{mm}^3}$$