



Estructuras de Edificación: Tema 16 - Estructuras articuladas - Generalidades

David Herrero Pérez

Departamento de Estructuras y Construcción
Universidad Politécnica de Cartagena

Grado en Ingeniería de Edificación
Segundo curso
2011/2012



Universidad
Politécnica
de Cartagena



Tema 16: Estructuras articuladas - Generalidades

- 1 Hipótesis básicas
- 2 Estructuras articuladas isostáticas - Leyes de formación
- 3 Estabilidad - Determinación e indeterminación estática de las estructuras articuladas
- 4 Tipologías

Tema 16: Estructuras articuladas - Generalidades

- 1 Hipótesis básicas
- 2 Estructuras articuladas isostáticas - Leyes de formación
- 3 Estabilidad - Determinación e indeterminación estática de las estructuras articuladas
- 4 Tipologías

Introducción

Estructuras articuladas planas

Estructuras compuestas por una serie de barras, contenidas en un plano, articuladas entre sí en sus extremos, de forma que constituyan un entramado rígido, entendiendo como tal a aquel que no tiene más movimiento entre sus partículas que el producido por las pequeñas deformaciones elásticas de las barras.

Hipótesis básicas para el análisis de estructuras articuladas

Además de las hipótesis básicas de la Teoría Lineal de Estructuras, se deben cumplir las siguientes condiciones:

- 1 Las barras están unidas entre sí, en sus extremos, por articulaciones sin rozamiento.
- 2 Las cargas y reacciones se producen sólo en los nudos.
- 3 El eje de cada una de las barras es recto, coincide con la línea que une los centros de los nudos en cada extremo de la misma, y está en el mismo plano que contiene a las líneas de acción de todas las cargas y reacciones.

Hipótesis básicas - Análisis estructuras articuladas

Consecuencias de las hipótesis básicas en el análisis de estructuras articuladas

Si se cumplen las hipótesis básicas, se demuestra que en las barras de estas estructuras **solo existen esfuerzos axiales**, además:

- 1 Las barras están unidas entre sí, en sus extremos, por articulaciones sin rozamiento.
- 2 Las cargas y reacciones se producen sólo en los nudos.
- 3 El eje de cada una de las barras es recto, coincide con la línea que une los centros de los nudos en cada extremo de la misma, y está en el mismo plano que contiene a las líneas de acción de todas las cargas y reacciones.

A partir de estas condiciones se demuestra que en las barras de estas estructuras solo existen esfuerzos axiales.

Implicaciones hipótesis básicas

Implicaciones de las hipótesis básicas en el análisis de estructuras articuladas

- 1 **Cargas y reacciones solo en los nudos:** Supone que no hay acciones directamente aplicadas en las barras, que puedan producir momentos flectores ni esfuerzos cortantes en las mismas.
- 2 **Articulaciones sin rozamiento:** Supone que no existen momentos en los nudos. Como consecuencia de las ecuaciones de equilibrio, las fuerzas en los extremos de cada barra tienen que estar alineadas, tener el mismo módulo y sentido contrario.
- 3 **Piezas rectas:** Supone que no se producen momentos flectores, ni esfuerzos cortantes debidos a las fuerzas en los extremos de las barras; por lo tanto, las barras sólo están sometidas a esfuerzos axiales.

Estructura ideal

No es posible que una estructura real cumpla todas estas condiciones, por lo que la estructura que las cumple se denomina *estructura ideal*.

Estructuras reales

Estructuras reales

En las estructuras reales se cumple lo siguiente:

- 1 **Las barras tienen peso:** Lo que produce momentos flectores y esfuerzos cortantes en las barras.
- 2 Los nudos de la estructura se materializan mediante roblones, tornillos o soldadura, y no con articulaciones sin rozamiento.

Imperfecciones de construcción y de montaje

- 1 Los ejes de las barras no son rectos y no concurren exactamente en el mismo punto del nudo, con lo que se producen momentos flectores en las barras.
- 2 Las fuerzas aplicadas sobre la estructura no están exactamente en el plano, ni aplicadas en el punto de intersección de los ejes de las barras.
- 3 Debido a los desplazamientos de la estructura, y a que los nudos no son articulaciones perfectas, se producen momentos flectores en las barras.

Implicaciones en estructuras reales

Estructuras reales - Esfuerzos secundarios

- Siempre aparecen momentos flectores y esfuerzos cortantes, a los que se denomina *esfuerzos secundarios*.
- En estructuras pequeñas, debido a la baja rigidez de las barras, estos esfuerzos secundarios son pequeños y pueden despreciarse.
- En estructuras en las que las barras tengan una gran inercia, estos esfuerzos pueden llegar a ser importantes y deben considerarse en el análisis.
- La consideración de los esfuerzos secundarios, puede realizarse, de forma aproximada, a partir de los resultados del análisis de la estructura como articulada, ó, de forma exacta, utilizando programas de análisis de estructuras de nudos rígidos.

Tema 16: Estructuras articuladas - Generalidades

- 1 Hipótesis básicas
- 2 Estructuras articuladas isostáticas - Leyes de formación
- 3 Estabilidad - Determinación e indeterminación estática de las estructuras articuladas
- 4 Tipologías

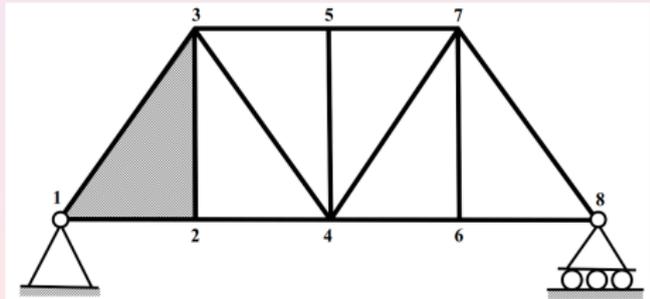
Estructuras simples.

Estructuras simples

- Se forman a partir de un triángulo básico (formado por 3 barras y 3 nudos), que es la unidad indeformable más simple en el plano.
- La estructura crece al añadir un nuevo nudo y unirlo al triángulo mediante dos barras no alineadas.
- Este proceso continua hasta tener todos los nudos de la estructura.
- La relación entre el número de barras y nudos es $b = 3 + 2(n - 3) = 2n - 3$, siendo b el número de barras y n el número de nudos.

Ejemplos

Ejemplos de estructuras simples.



Estructura simple 1.

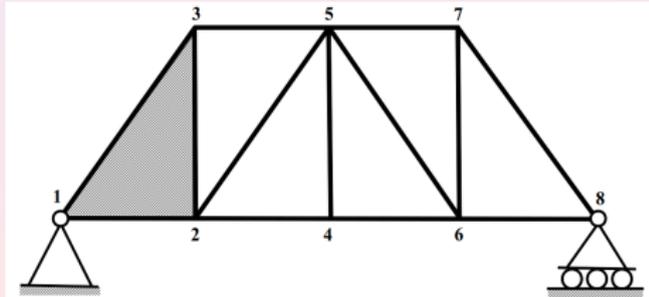
Estructuras simples.

Estructuras simples

- Se forman a partir de un triángulo básico (formado por 3 barras y 3 nudos), que es la unidad indeformable más simple en el plano.
- La estructura crece al añadir un nuevo nudo y unirlo al triángulo mediante dos barras no alineadas.
- Este proceso continúa hasta tener todos los nudos de la estructura.
- La relación entre el número de barras y nudos es $b = 3 + 2(n - 3) = 2n - 3$, siendo b el número de barras y n el número de nudos.

Ejemplos

Ejemplos de estructuras simples.



Estructura simple 2.

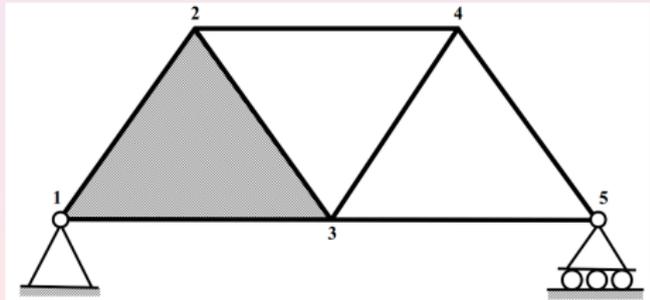
Estructuras simples.

Estructuras simples

- Se forman a partir de un triángulo básico (formado por 3 barras y 3 nudos), que es la unidad indeformable más simple en el plano.
- La estructura crece al añadir un nuevo nudo y unirlo al triángulo mediante dos barras no alineadas.
- Este proceso continua hasta tener todos los nudos de la estructura.
- La relación entre el número de barras y nudos es $b = 3 + 2(n - 3) = 2n - 3$, siendo b el número de barras y n el número de nudos.

Ejemplos

Ejemplos de estructuras simples.



Estructura simple 3.

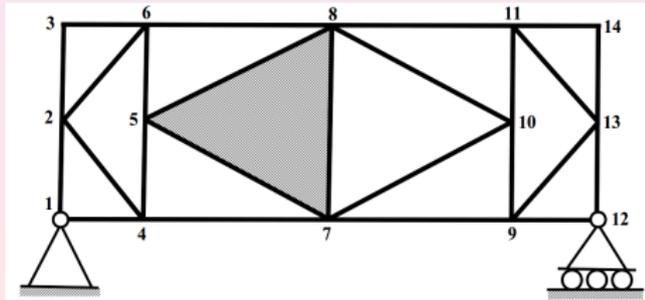
Estructuras simples.

Estructuras simples

- Se forman a partir de un triángulo básico (formado por 3 barras y 3 nudos), que es la unidad indeformable más simple en el plano.
- La estructura crece al añadir un nuevo nudo y unirlo al triángulo mediante dos barras no alineadas.
- Este proceso continua hasta tener todos los nudos de la estructura.
- La relación entre el número de barras y nudos es $b = 3 + 2(n - 3) = 2n - 3$, siendo b el número de barras y n el número de nudos.

Ejemplos

Ejemplos de estructuras simples.



Estructura simple 4.

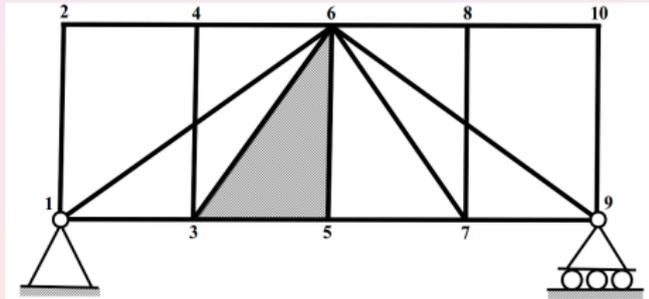
Estructuras simples.

Estructuras simples

- Se forman a partir de un triángulo básico (formado por 3 barras y 3 nudos), que es la unidad indeformable más simple en el plano.
- La estructura crece al añadir un nuevo nudo y unirlo al triángulo mediante dos barras no alineadas.
- Este proceso continua hasta tener todos los nudos de la estructura.
- La relación entre el número de barras y nudos es $b = 3 + 2(n - 3) = 2n - 3$, siendo b el número de barras y n el número de nudos.

Ejemplos

Ejemplos de estructuras simples.



Estructura simple 5.

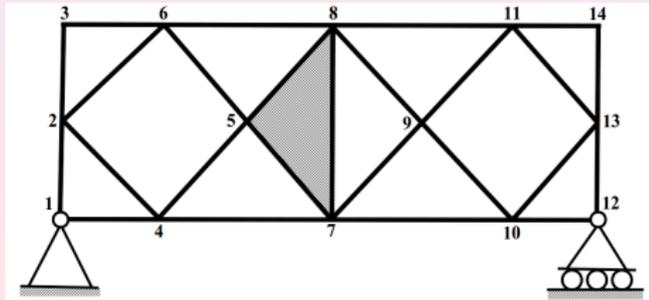
Estructuras simples.

Estructuras simples

- Se forman a partir de un triángulo básico (formado por 3 barras y 3 nudos), que es la unidad indeformable más simple en el plano.
- La estructura crece al añadir un nuevo nudo y unirlo al triángulo mediante dos barras no alineadas.
- Este proceso continua hasta tener todos los nudos de la estructura.
- La relación entre el número de barras y nudos es $b = 3 + 2(n - 3) = 2n - 3$, siendo b el número de barras y n el número de nudos.

Ejemplos

Ejemplos de estructuras simples.



Estructura simple 6.

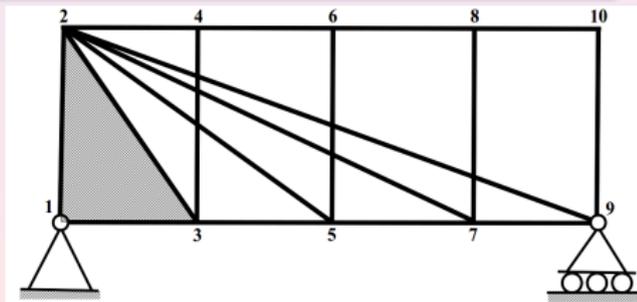
Estructuras simples.

Estructuras simples

- Se forman a partir de un triángulo básico (formado por 3 barras y 3 nudos), que es la unidad indeformable más simple en el plano.
- La estructura crece al añadir un nuevo nudo y unirlo al triángulo mediante dos barras no alineadas.
- Este proceso continúa hasta tener todos los nudos de la estructura.
- La relación entre el número de barras y nudos es $b = 3 + 2(n - 3) = 2n - 3$, siendo b el número de barras y n el número de nudos.

Ejemplos

Ejemplos de estructuras simples.



Estructura simple 7.

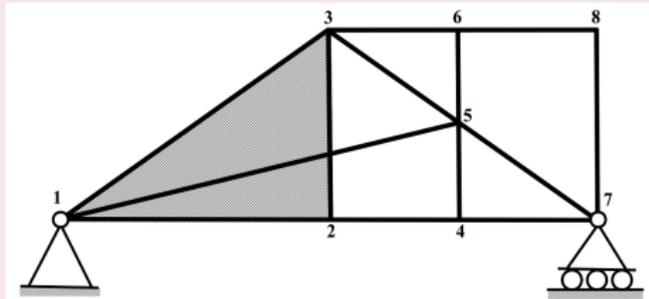
Estructuras simples.

Estructuras simples

- Se forman a partir de un triángulo básico (formado por 3 barras y 3 nudos), que es la unidad indeformable más simple en el plano.
- La estructura crece al añadir un nuevo nudo y unirlo al triángulo mediante dos barras no alineadas.
- Este proceso continua hasta tener todos los nudos de la estructura.
- La relación entre el número de barras y nudos es $b = 3 + 2(n - 3) = 2n - 3$, siendo b el número de barras y n el número de nudos.

Ejemplos

Ejemplos de estructuras simples.



Estructura simple 8.

Estructuras compuestas.

Estructuras compuestas

- Se forman uniendo dos o más estructuras simples o compuestas, de tal forma que se cumplan las exigencias de estructura indeformable en el plano.
- Estas estructuras se pueden generar de varias formas.
- A continuación se analizan algunas posibilidades para formar una estructura compuesta a partir de dos estructuras simples.

Estructuras compuestas.

Formación de estructuras compuestas - Manteniendo el nº de nudos

- Sean n y b el número de nudos y de barras de la estructura compuesta, y n_1 , n_2 , b_1 y b_2 los números de nudos y de barras de las dos estructuras simples (1 y 2) que la componen.
- En las estructuras 1 y 2 se cumple: $b_1 = 2n_1 - 3$ $b_2 = 2n_2 - 3$.
- Como se debe mantener el número de nudos, el número de barras de la estructura compuesta es:

$$b = 2n - 3 = 2(n_1 + n_2) - 3 = 2 \left(\frac{b_1 + 3}{2} + \frac{b_2 + 3}{2} \right) - 3 = (b_1 + b_2) - 3$$

Por lo que se deben añadir 3 barras. Esto significa que son necesarios tres vínculos independientes más, por lo que las tres barras añadidas no deben ser paralelas ni concurrentes.

Estructuras compuestas.

Formación de estructuras compuestas - Manteniendo el n° de barras

En las estructuras 1 y 2 se cumple:

$$b_1 = 2n_1 - 3 \quad b_2 = 2n_2 - 3$$

Puesto que se ha de mantener el número de barras:

$$b = b_1 + b_2 = 2n_1 - 3 + 2n_2 - 3 = 2(n_1 + n_2) - 6$$

Como la estructura compuesta debe cumplir que $b = 2n - 3$, se tiene que:

$$2(n_1 + n_2) - 6 = 2n - 3$$

Despejando el número de nudos se tiene:

$$n = (n_1 + n_2) - \frac{3}{2}$$

Lo que indica que no se puede generar una estructura compuesta a partir de dos simples manteniendo el número de barras.

Estructuras compuestas.

Formación de estructuras compuestas - Eliminando una barra

En las estructuras 1 y 2 se cumple:

$$b_1 = 2n_1 - 3 \quad b_2 = 2n_2 - 3$$

Puesto que se propone eliminar una barra para formar una estructura compuesta:

$$b = b_1 + b_2 - 1 = 2n_1 - 3 + 2n_2 - 3 - 1 = 2(n_1 + n_2) - 7 = 2n - 3$$

de donde se deduce:

$$n = n_1 + n_2 - 2$$

que indica que debemos eliminar dos de los nudos de la nueva estructura al eliminar una barra. Para hacer esto basta con hacer coincidir dos de los nudos de las estructuras simples.

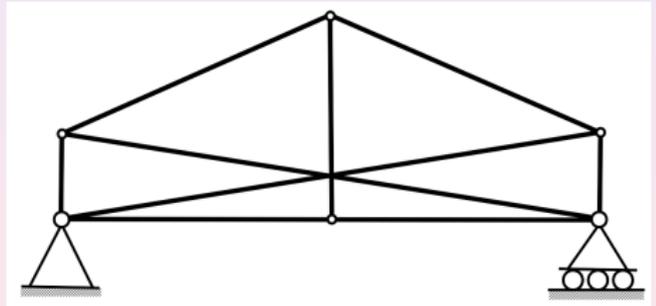
Estructuras complejas.

Estructuras complejas

Son aquellas estructuras estáticamente determinadas que no se pueden generar como simples ni como compuestas.

Ejemplos

Ejemplos de estructuras complejas.



Estructura compleja 1.

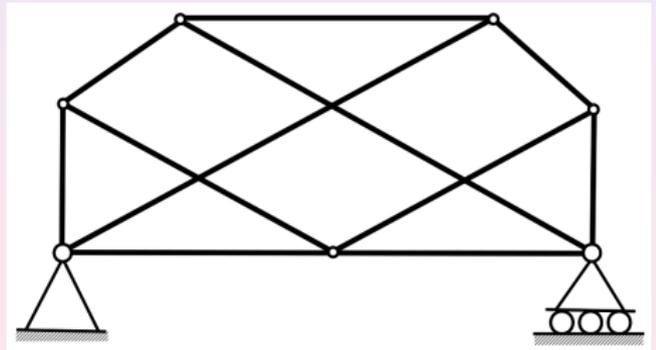
Estructuras complejas.

Estructuras complejas

Son aquellas estructuras estáticamente determinadas que no se pueden generar como simples ni como compuestas.

Ejemplos

Ejemplos de estructuras complejas.



Estructura compleja 2.

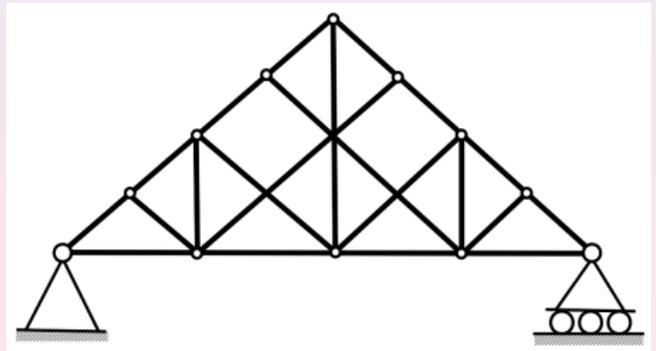
Estructuras complejas.

Estructuras complejas

Son aquellas estructuras estáticamente determinadas que no se pueden generar como simples ni como compuestas.

Ejemplos

Ejemplos de estructuras complejas.



Estructura compleja 3.

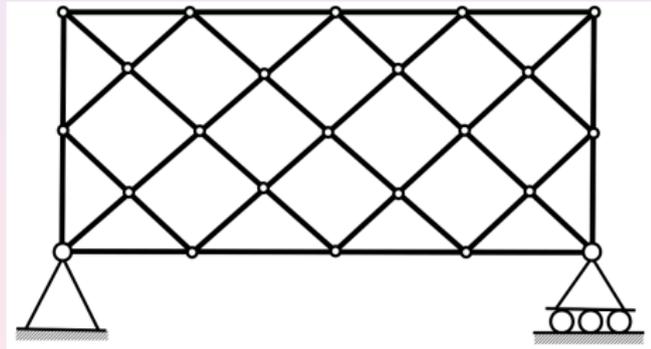
Estructuras complejas.

Estructuras complejas

Son aquellas estructuras estáticamente determinadas que no se pueden generar como simples ni como compuestas.

Ejemplos

Ejemplos de estructuras complejas.



Estructura compleja 4.

Tema 16: Estructuras articuladas - Generalidades

- 1 Hipótesis básicas
- 2 Estructuras articuladas isostáticas - Leyes de formación
- 3 Estabilidad - Determinación e indeterminación estática de las estructuras articuladas**
- 4 Tipologías

Estabilidad - Estructuras articuladas

Notación

n número de nudos

1 vínculo →



b número de barras

2 vínculos →



r número de vínculos de apoyo

1 vínculo →



m número de incógnitas ($m=b+r$)

Estructura indeformable

Para que una estructura sea indeformable se debe cumplir: $b = 2n - 3$

Estabilidad - Estructuras articuladas

Clasificación según el número de incógnitas

El número de ecuaciones independientes de la estática para un nudo es 2. Según esto se tiene:

- $m = 2n \rightarrow$ Es la condición necesaria de isostaticidad (no suficiente).
- $m < 2n \rightarrow$ La estructura es un mecanismo.
- $m > 2n \rightarrow$ La estructura es hiperestática de grado $m - 2n$.

Clasificación exterior (b cualquiera)

- $r < 3 \rightarrow$ La estructura es exteriormente inestable.
- $r = 3 \rightarrow$ La estructura es exteriormente isostática.
- $r > 3 \rightarrow$ La estructura es exteriormente hiperestática.

Estabilidad - Estructuras articuladas

Clasificación según el número de incógnitas

El número de ecuaciones independientes de la estática para un nudo es 2. Según esto se tiene:

- $m = 2n \rightarrow$ Es la condición necesaria de isostaticidad (no suficiente).
- $m < 2n \rightarrow$ La estructura es un mecanismo.
- $m > 2n \rightarrow$ La estructura es hiperestática de grado $m - 2n$.

Clasificación interior (r cualquiera)

- $b < 2n - 3 \rightarrow$ La estructura es interiormente inestable.
- $b = 2n - 3 \rightarrow$ La estructura es interiormente isostática.
- $b > 2n - 3 \rightarrow$ La estructura es interiormente hiperestática.

Estabilidad - Estructuras articuladas

Clasificación según el número de incógnitas

El número de ecuaciones independientes de la estática para un nudo es 2. Según esto se tiene:

- $m = 2n \rightarrow$ Es la condición necesaria de isostaticidad (no suficiente).
- $m < 2n \rightarrow$ La estructura es un mecanismo.
- $m > 2n \rightarrow$ La estructura es hiperestática de grado $m - 2n$.

Condición de estabilidad

- Una estructura puede no ser estable por si misma, pero ser estable en su conjunto al ser exteriormente hiperestática. Por ejemplo, una estructura con $b = 2n - 4$ y $r = 4$:

$$m = b + r = 2n - 4 + 4 = 2n$$

- Lo contrario no puede ocurrir, si $r < 3$ la estructura siempre será exteriormente inestable.

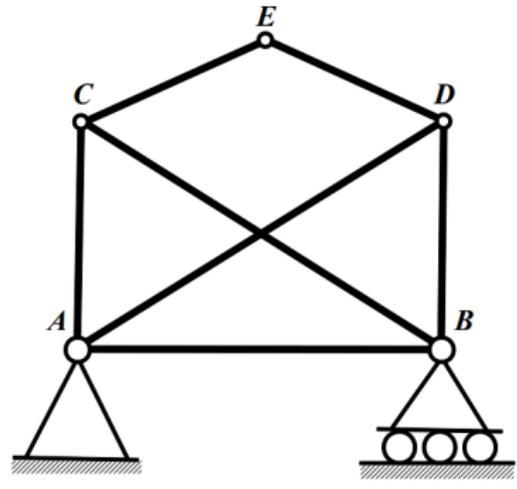
Estabilidad - Estructuras articuladas

Ejemplos de estabilidad en estructuras articuladas

Todas estas estructuras son isostáticas.

Ejemplos

Ejemplos de estructuras estables.



Estructura estable 1.

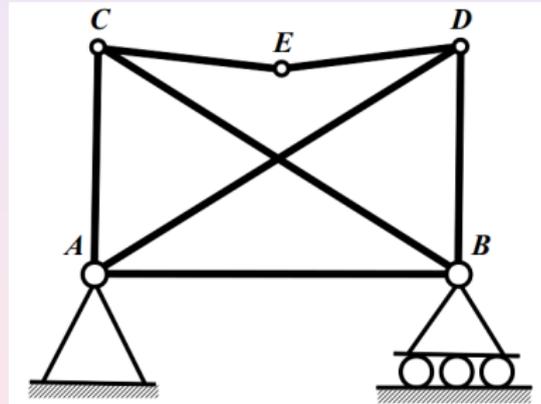
Estabilidad - Estructuras articuladas

Ejemplos de estabilidad en estructuras articuladas

Todas estas estructuras son isostáticas.

Ejemplos

Ejemplos de estructuras estables.



Estructura estable 2.

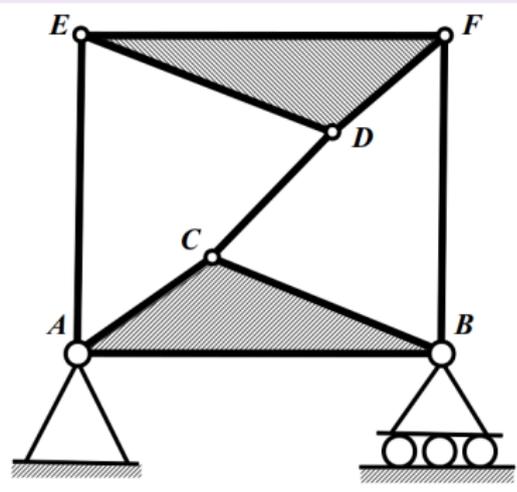
Estabilidad - Estructuras articuladas

Ejemplos de estabilidad en estructuras articuladas

Todas estas estructuras son isostáticas.

Ejemplos

Ejemplos de estructuras estables.



Estructura estable 3.

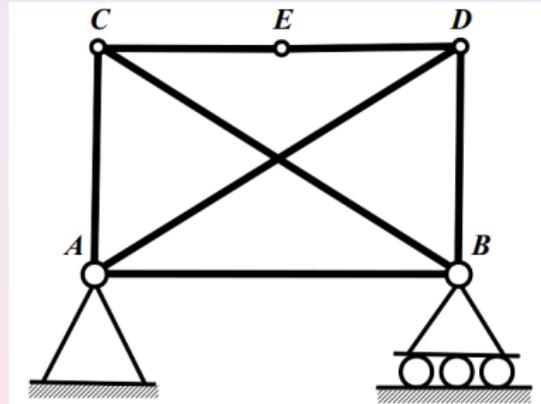
Estabilidad - Estructuras articuladas

Ejemplos de estabilidad en estructuras articuladas

Todas estas estructuras son isostáticas.

Ejemplos

Ejemplos de estructuras
inestables geoméricamente.



Estructura inestable 1.

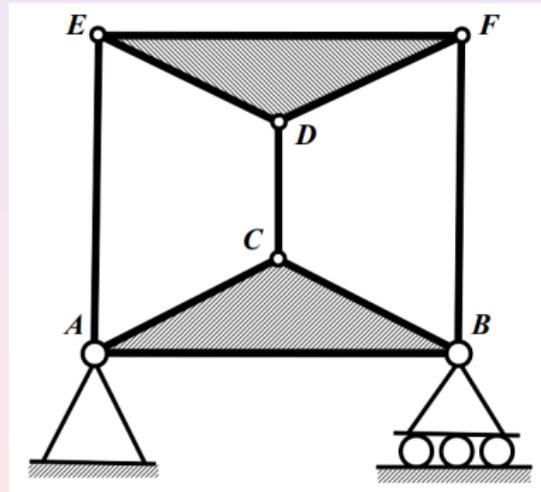
Estabilidad - Estructuras articuladas

Ejemplos de estabilidad en estructuras articuladas

Todas estas estructuras son isostáticas.

Ejemplos

Ejemplos de estructuras
inestables geoméricamente.



Estructura inestable 2.

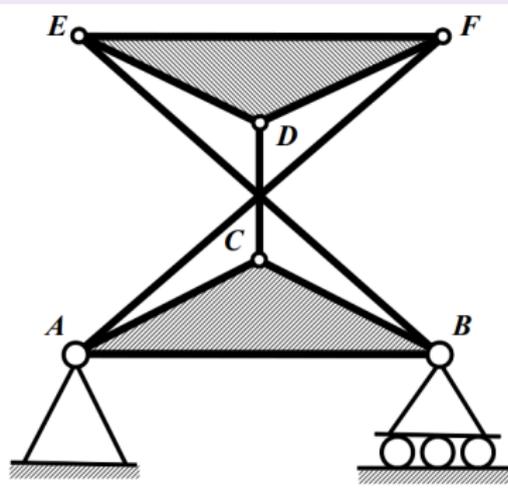
Estabilidad - Estructuras articuladas

Ejemplos de estabilidad en estructuras articuladas

Todas estas estructuras son isostáticas.

Ejemplos

Ejemplos de estructuras
inestables geoméricamente.

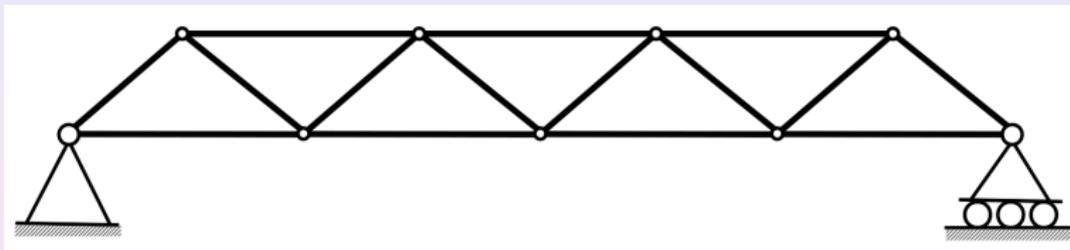


Estructura inestable 3.

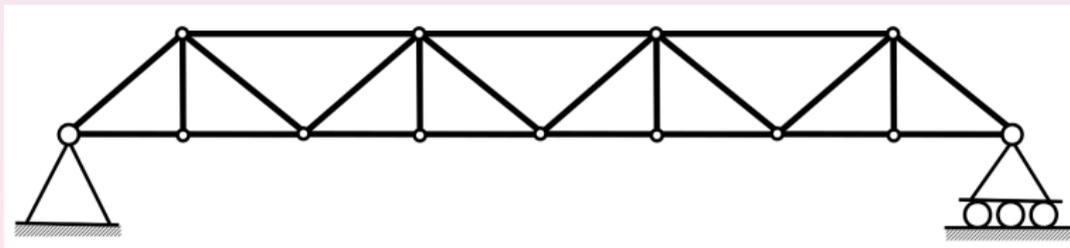
Tema 16: Estructuras articuladas - Generalidades

- 1 Hipótesis básicas
- 2 Estructuras articuladas isostáticas - Leyes de formación
- 3 Estabilidad - Determinación e indeterminación estática de las estructuras articuladas
- 4 **Tipologías**

Tipologías - Jácenas

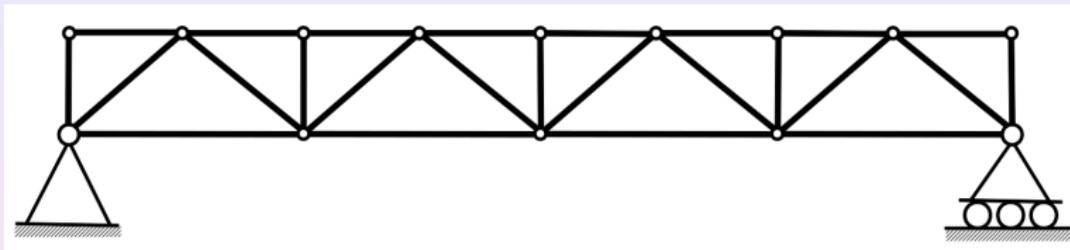


Warren.

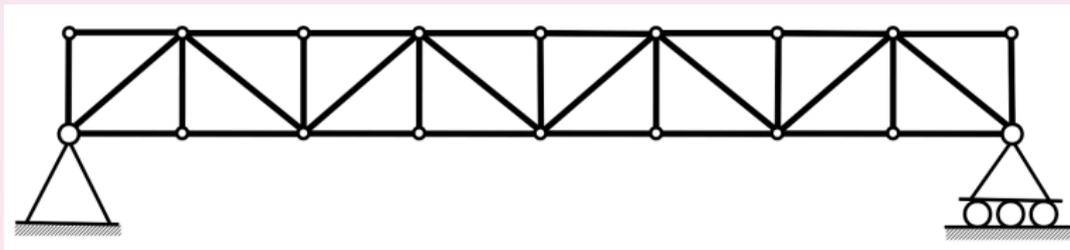


Warren con montantes en cordón inferior.

Tipologías - Jácenas

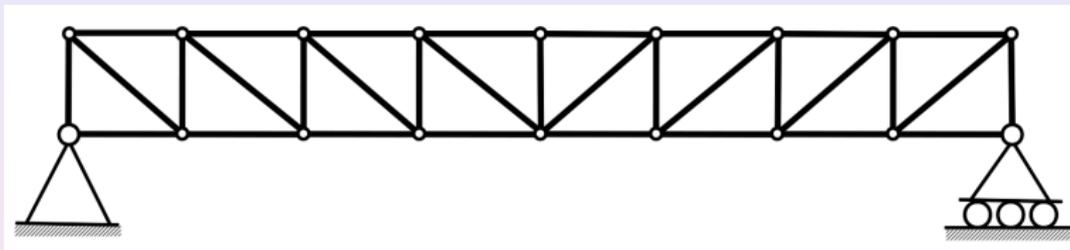


Warren con montantes en cordón superior.

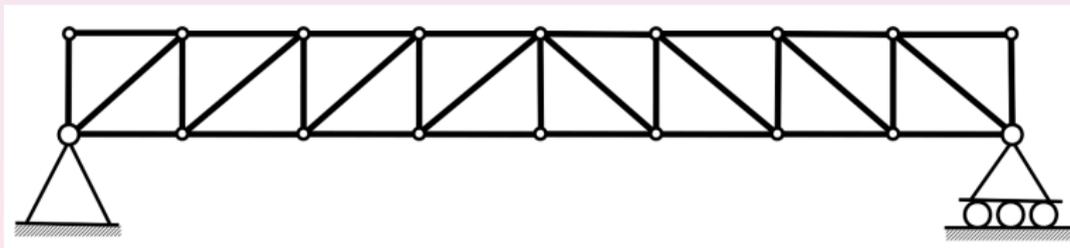


Warren con montantes en cordón superior e inferior.

Tipologías - Jácenas

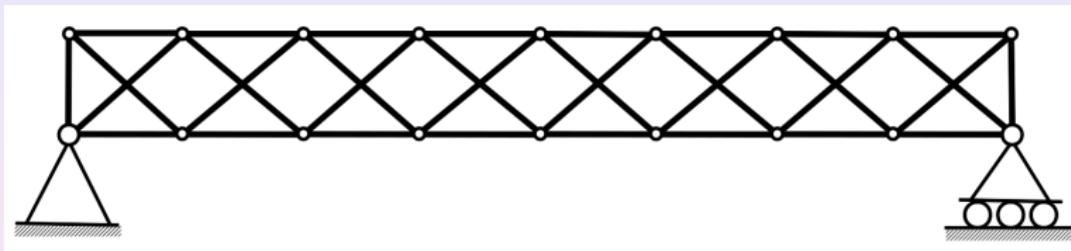


Pratt.

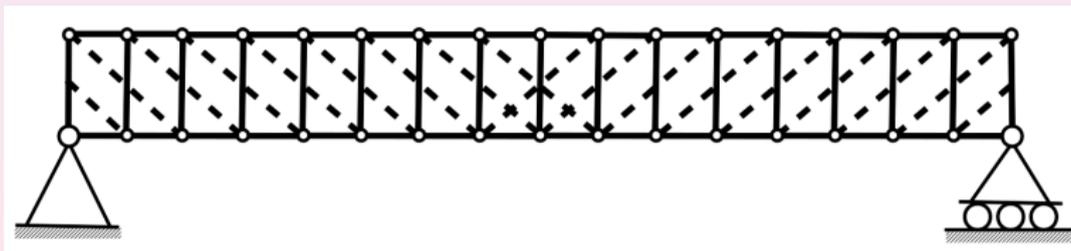


Howe.

Tipologías - Jácenas

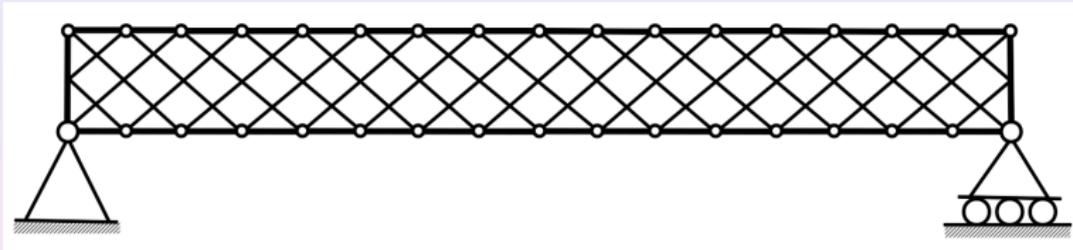


Celosía simple.

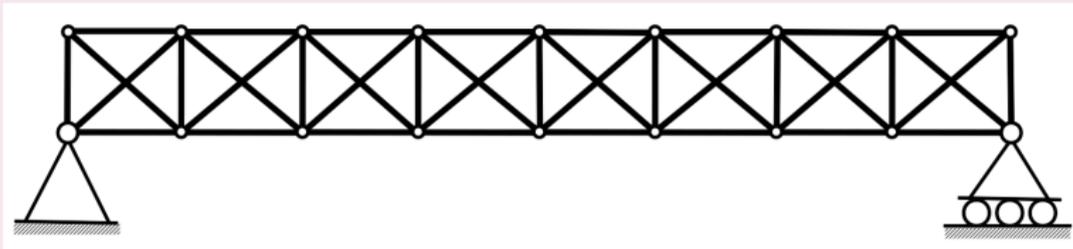


Linville.

Tipologías - Jácenas

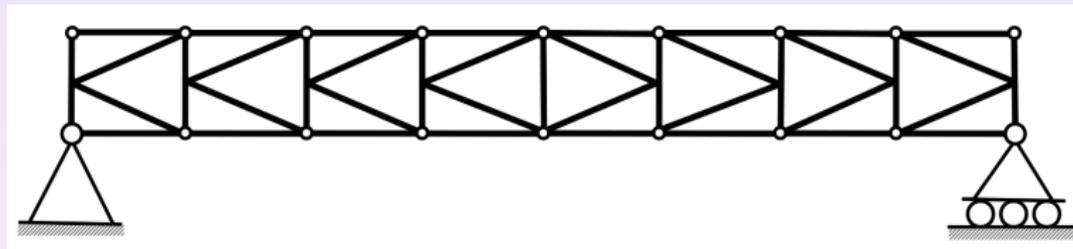


Celosía doble.

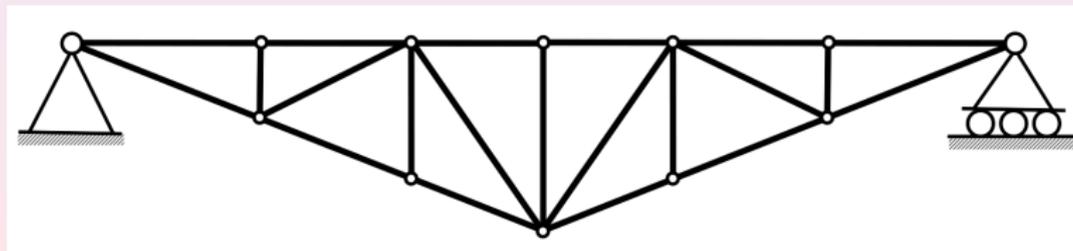


Celosía simple con montantes.

Tipologías - Jácenas

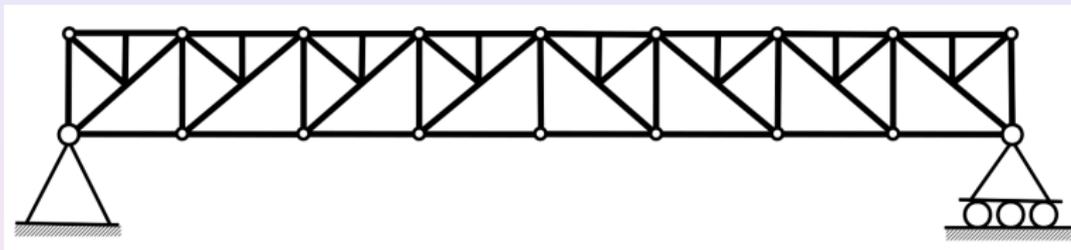


Triangulación en K.

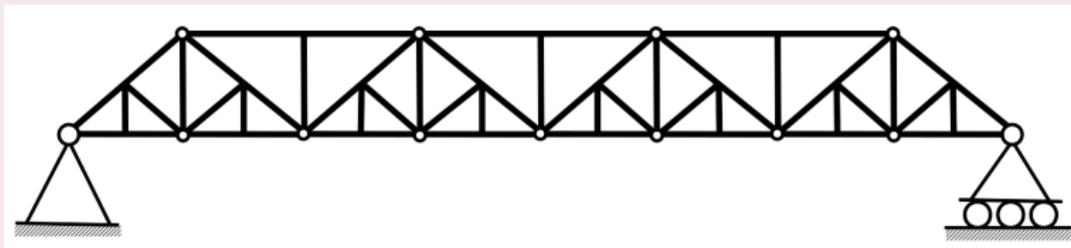


Cordón inferior poligonal.

Tipologías - Jácenas

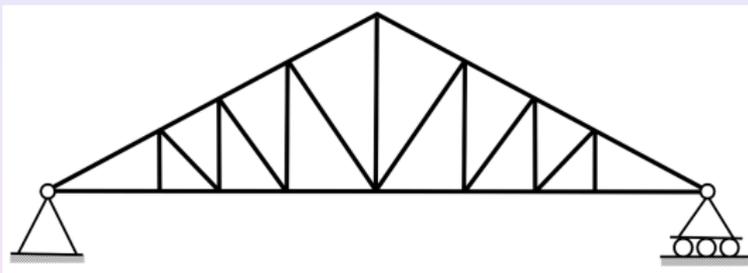


Howe subdividida.

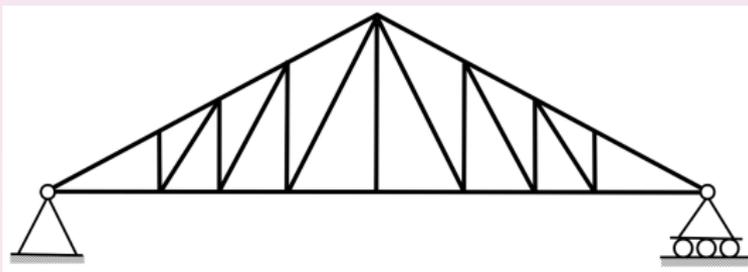


Warren subdividida.

Tipologías - Armaduras de cubierta

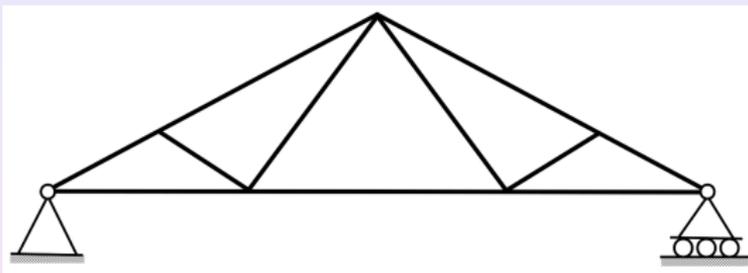


Inglesa (Howe).

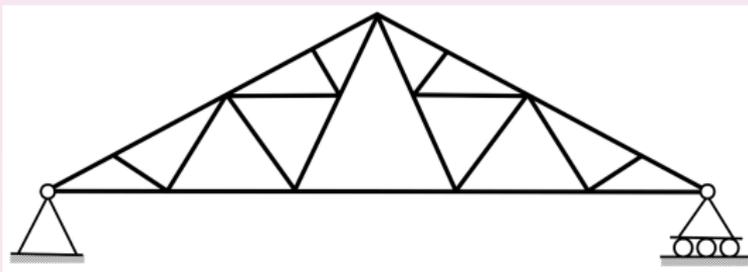


Belga (Pratt).

Tipologías - Armaduras de cubierta

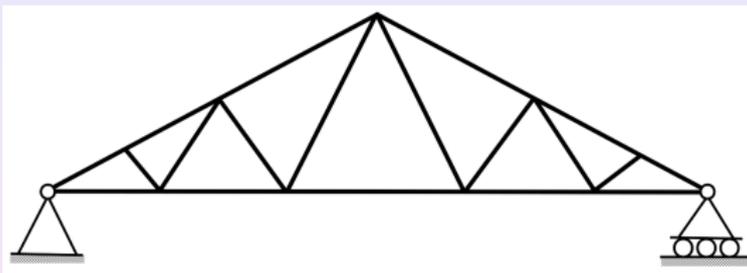


Polonceau sencilla.

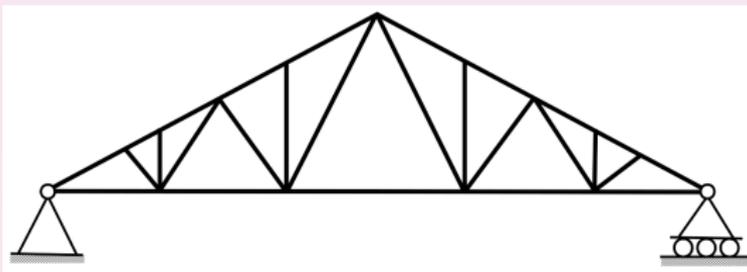


Polonceau doble.

Tipologías - Armaduras de cubierta

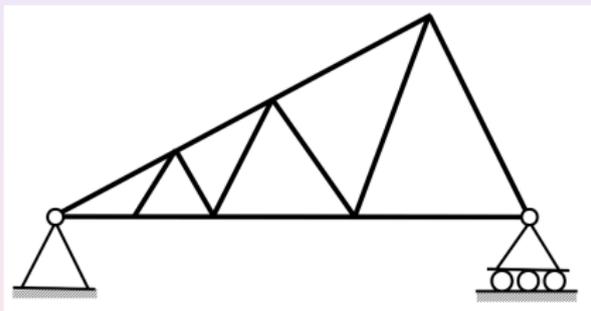


Swan.

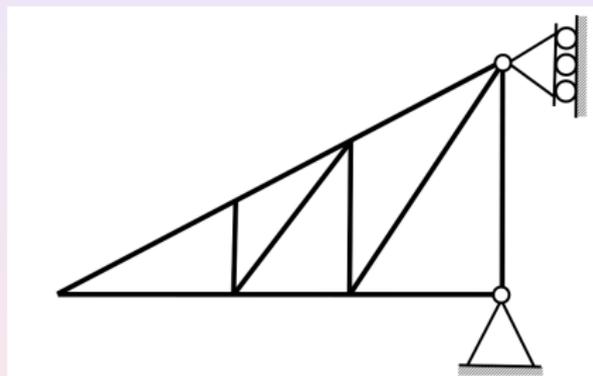


Swan con montantes.

Tipologías - Armaduras de cubierta

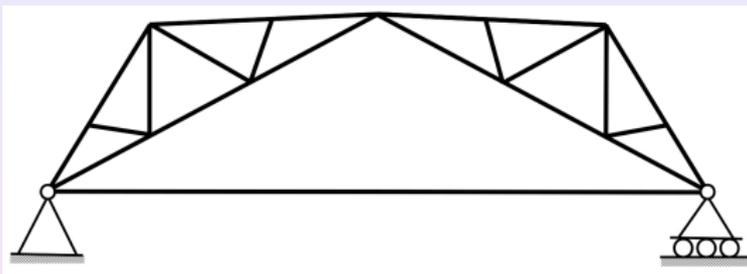


Diente de sierra.

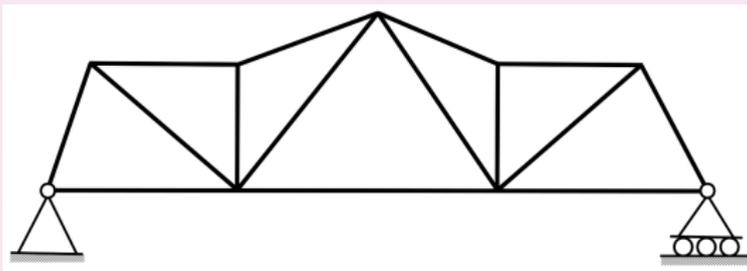


Cubierta a una vertiente.

Tipologías - Armaduras de cubierta

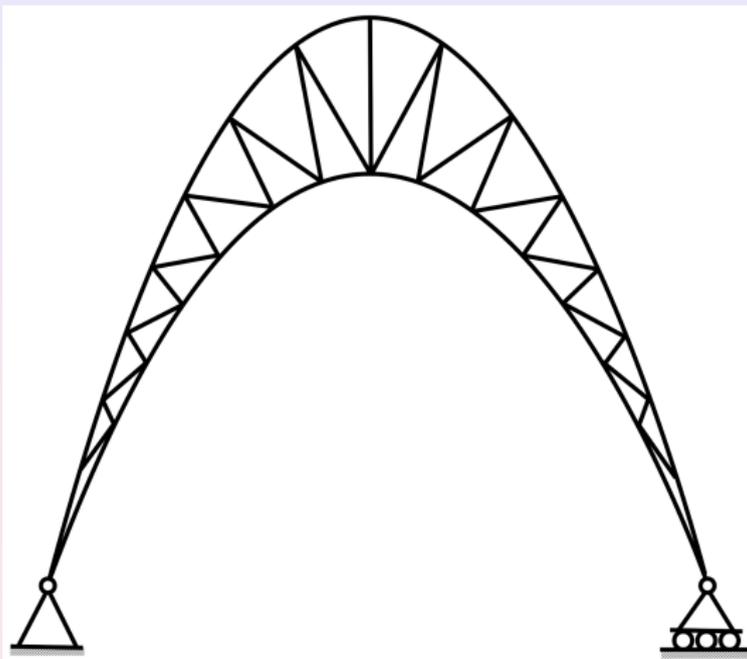


Mansarda.



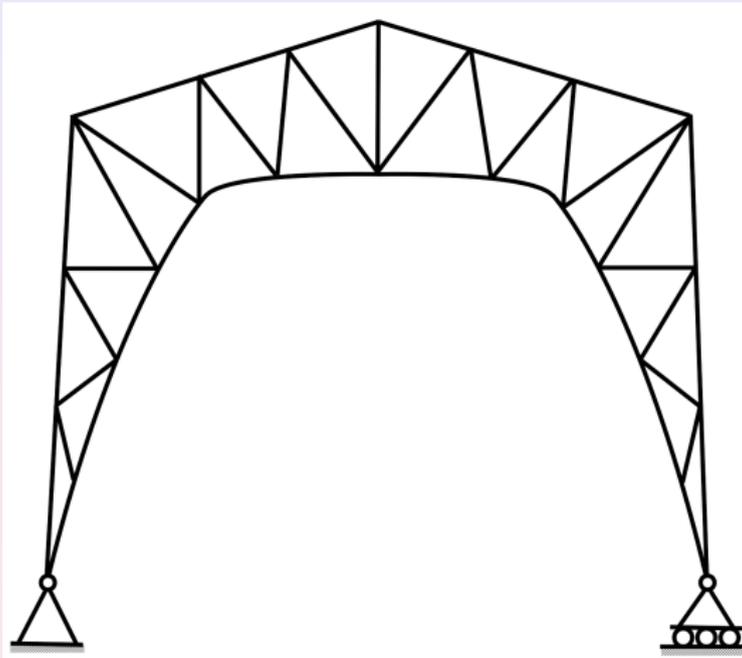
Contorno poligonal.

Tipologías - Arcos



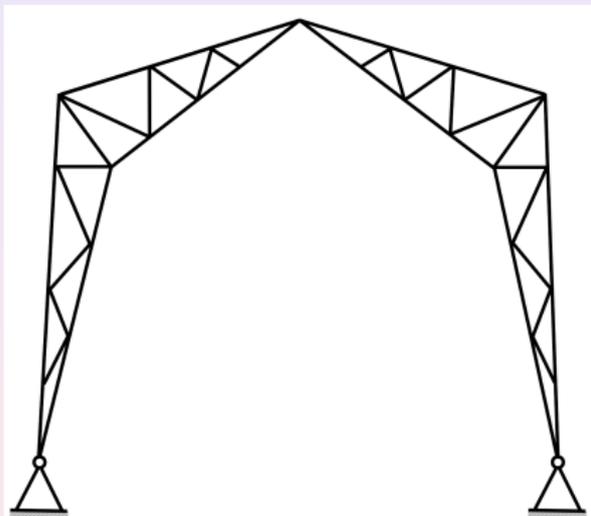
Arco.

Tipologías - Pórticos

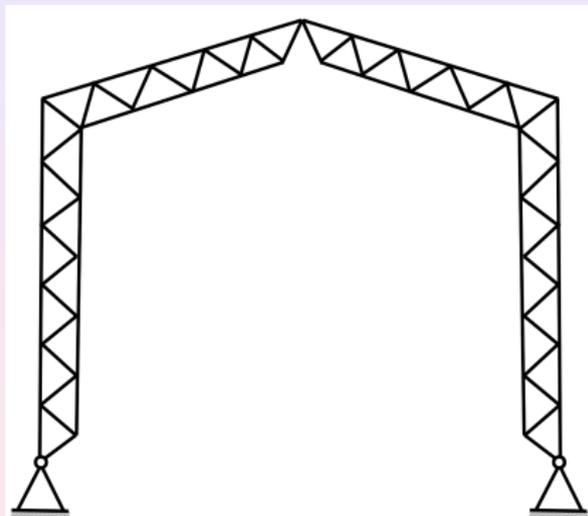


Pórtico biarticulado.

Tipologías - Pórticos



Pórtico triarticulado.



Pórtico triarticulado.

Referencias



P. Martí Montrull.

Análisis de Estructuras. Métodos Clásicos y Matriciales.
Cartagena, Horacio Escarabajal, 2007.



H.H. West.

Análisis de Estructuras. Una Integración de los Métodos
Clásicos y Modernos.
México, CECSA, 1984.



Ch. H. Norris, J.B. Wilbur, S. Utku.

Análisis Elemental de Estructuras.
Bogotá, McGraw-Hill, 1982.