Escuela Técnica Superior de Ingeniería Industrial. Departamento de Matemática Aplicada y Estadística. U.P.C.T. Examen de Matemáticas I. 1º Grado en Ingeniería Electrónica Industrial y Automática y Grado en Electricidad 19 de Junio de 2012. **EXAMEN FINAL**

APELLIDOS Y NOMBRE	D.N.I.	Grupo

OBSERVACIONES:
Cumplimente todos los datos en esta cabecera.
El examen está dividido en dos partes: primer y segundo parcial. POR FAVOR ENTREGUE AMBAS PARTES POR SEPARADO.
Para aprobar el examen es necesario que la calificación obtenida en cada una de las partes sea mayor o igual que 4.
Todas las hojas han de llevar los apellidos, nombre y el grupo.
Utilice bolígrafo azul o negro. NO ENTREGUE NADA EN LÁPIZ.
UNA VEZ FINALIZADO SU EXAMEN ENTREGUE ESTA HOJA Y APUNTE SU NOMBRE EN EL LISTADO DE ASISTENCIA.
Indique claramente los cálculos y/o razonamientos en cada uno de los ejercicios.
Sólo están permitidas las calculadoras no programables.

NO ESCRIBA EN LA SIGUIENTE TABLA.

1.a(**0.5**)	1.b(**0.5**)	2(**1**)	3 (**2**)	4.a (**1**)	4.b (**1**)	5(**2**)	6.a(**1**)	6.b(**1**)			N(10)

Primer Parcial

1. Sea $W = \{(\lambda, \mu - \delta, -\mu, \lambda + \delta) \in \mathbb{R}^4 : \lambda, \mu, \delta \in \mathbb{R}\}$.

   a) **(0.5 Puntos)** Calcula una base y la(s) ecuación(es) cartesiana(s) de W.

   b) **(0.5 Puntos)** Determina si el vector $\vec{v} = (0, -2, 1, 1)$ pertenece a W, en caso afirmativo, calcular las coordenadas de $\vec{v}$ en la base obtenida en el apartado anterior.

2. **(1 Punto)** En $\mathbb{R}^4$ con el producto escalar usual se considera el subespacio

$$U = \langle (1, -1, 1, -1), (1, 1, 1, 1), (1, -1, -1, -1) \rangle.$$

   Calcular la proyección ortogonal del vector $\vec{v} = (1, 2, 3, 4)$ sobre el subespacio U.

3. **(2 Puntos)** Sea $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ un endomorfismo cuya matriz asociada en las bases canónicas viene dada por

$$\begin{pmatrix} 5 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & a \\ 3 & 0 & b \end{pmatrix}.$$

   Estudiar para qué valores de a y b la matriz es diagonalizable.

4. Señalar la respuesta correcta (justifique la respuesta):

a) **(1 Punto)** Si f es una aplicación lineal de $\mathbb{R}^3$ en $\mathbb{R}^6$ se verifica:

   1) f no puede ser suprayectiva.
   2) f no puede ser inyectiva.
   3) $dim(Ker(f)) = dim(Im(f))$.
   4) $dim(Im(f)) = 6$.

b) **(1 Punto)** Sea $f : \mathbb{R}^m \to \mathbb{R}^n$ una aplicación lineal. No es cierto que:

   1) f inyectiva implica $m = n$ y f es isomorfismo.
   2) $m = n$ y f suprayectiva implica f inyectiva.
   3) $dim(Im(f)) = m$ implica f inyectiva.
   4) f suprayectiva implica $dim(Ker(f)) = m - n$.

5. **(2 Puntos)** Sea $f(x) = \dfrac{x^3}{(x-1)^2}$. Estudiar los intervalos de crecimiento, decrecimiento, máximos y mínimos así como las asíntotas. Esbozar la función.

6. Sea $f(x) = x^3 - 3x + b$.

   a) **(1 Punto)** Demostrar que $f(x) = 0$ como mucho para un punto $x \in [-1, 1]$.

   b) **(1 Punto)** Determinar los valores de b tales que $f(x) = 0$ para algún $x \in [-1, 1]$.

Escuela Técnica Superior de Ingeniería Industrial. Departamento de Matemática Aplicada y Estadística. U.P.C.T. Examen de Matemáticas I. 1º Grado en Ingeniería Electrónica Industrial y Automática 19 de Junio de 2012. **EXAMEN FINAL**

APELLIDOS Y NOMBRE	D.N.I.	Grupo

OBSERVACIONES:
Cumplimente todos los datos en esta cabecera.
Todas las hojas han de llevar los apellidos, nombre y el grupo.
Utilice bolígrafo azul o negro. NO ENTREGUE NADA EN LÁPIZ.
UNA VEZ FINALIZADO SU EXAMEN ENTREGUE ESTA HOJA Y APUNTE SU NOMBRE EN EL LISTADO DE ASISTENCIA.
Indique claramente los cálculos y/o razonamientos en cada uno de los ejercicios.
Sólo están permitidas las calculadoras no programables.

NO ESCRIBA EN LA SIGUIENTE TABLA.

1.**(2)**	2**(2)**	3**(2)**	4 **(2)**	5 **(2)**							N(10)

Segundo Parcial

1. **(2 Puntos)** Calcular la integral
$$\int \frac{dx}{2+\cos x}.$$

2. **(2 Puntos)** Calcule los puntos críticos de la función $f(x,y) = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + 2xy$, en su dominio de definición y clasifíquelos.

3. **(2 Puntos)** Demostrar que la ecuación
$$x^2z - y^2x + 3y - z = -4.$$
define a y como función implícita de x y z en un entorno del punto $(0,1,7)$. Calcule $\frac{\partial y}{\partial x}(0,7)$ y $\frac{\partial^2 y}{\partial x \partial z}(0,7)$.

4. **(2 Puntos)** Calcule la integral doble
$$I = \iint_R x^3 y \operatorname{sen} \frac{\pi y^2}{x}\, dx\, dy,$$
donde $R = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x^3 \leq y \leq \sqrt{x}\}$.

5. **(2 Puntos)** Resuelva la ecuación diferencial:
$$\begin{cases} y' + y\cos x & = e^{-\operatorname{sen} x} \\ y(0) & = 1 \end{cases}$$