Escuela Técnica Superior de Ingeniería Industrial. Departamento de Matemática Aplicada y Estadística. U.P.C.T. Examen de Matemáticas I. 1º Grado en Ingeniería Electrónica Industrial y Automática y Grado en Electricidad. 24 de Enero de 2012. **PRIMER PARCIAL**

APELLIDOS Y NOMBRE	D.N.I.	Grupo

OBSERVACIONES:
Cumplimente todos los datos en esta cabecera.
Todas las hojas han de llevar los apellidos, nombre y el grupo.
Utilice bolígrafo azul o negro. NO ENTREGUE NADA EN LÁPIZ.
Indique claramente los cálculos y/o razonamientos en cada uno de los ejercicios.
Sólo están permitidas las calculadoras no programables.
Ejercicio 6. En el caso de que el alumno realice ambas opciones, sólo se corregirá los correspondientes a la opción A, independientemente del grado de finalización de las mismas.

NO ESCRIBA EN LA SIGUIENTE TABLA.

1.**(1)**	2.a**(1)**	2.b**(1)**	2.c **(1)**	2.d **(1)**	3. **(1)**	4.a **(0.5)**	4.b **(1)**	5.a**(0.5)**	5.b**(1)**	6 **(1)**	N(10)

Primer Parcial

1. **(1 Punto)** Sea $S = \langle \vec{v}_1, \vec{v}_2, \vec{v}_3 \rangle$. Demostrar que:
$$S = \langle \vec{v}_1 - \vec{v}_3, -\vec{v}_1 + 2\vec{v}_2, \vec{v}_3 \rangle.$$

2. Sea $\mathcal{B} = \{(1,0,-1), (-1,2,0), (0,0,1)\}$ y $\mathcal{C} = \{(1,0,0), (0,1,0), (0,0,1)\}$ dos bases del espacio vectorial $\mathbb{R}^3$. Sea $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ una aplicación lineal cuya matriz asociada viene dada por:
$$M_{\mathcal{BC}}(f) = \begin{pmatrix} x & 0 & 3 \\ 0 & y & 1 \\ 2 & -2 & z \end{pmatrix},$$
tal que $f(1,2,3)_{\mathcal{C}} = (17,3,37)_{\mathcal{C}}$.
   a) **(1 Punto)** Demostrar que $x = 1$, $y = -2$ y $z = 7$.
   b) **(1 Punto)** Calcular la matriz asociada en las base canónica $M_{\mathcal{CC}}(f)$ y la expresión analítica en dichas bases.
   c) **(1 Punto)** Calcular las ecuaciones cartesianas del núcleo y la imagen de la aplicación en la base canónica.
   d) **(1 Punto)** Sea $W = \langle (1,0,-1)_{\mathcal{C}}, (0,-1,1)_{\mathcal{C}} \rangle$. Calcular las ecuaciones cartesianas y una base del subespacio $f(W)$.

3. **(1 Punto)** Calcula las ecuaciones (en la base canónica) de la proyección ortogonal de base la recta $3x - y = 0$.

4. Sea la matriz
$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 2 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}.$$

a) **(0.5 Puntos)** Calcula los valores propios de la matriz A.

b) **(1 Punto)** Calcula la matriz diagonal D y la matriz de paso P, de forma que

$$D = P^{-1} \cdot A \cdot P.$$

5. *a*) **(0.5 Puntos)** Calcula el siguiente límite:

$$\lim_{x \to 0} \log(1 + \operatorname{sen}^2 x) \operatorname{cotan}\left((\log(1+x))^2 \right).$$

b) **(1 Punto)** Hallar los invervalos de crecimiento, decrecimiento y los extremos relativos de la función $f(x) = x^2 e^{-x}$. Determinar en el caso de que existan los extremos absolutos. Esbozar la gráfica de la función.

6. **(1 Punto)** Elige **SOLO UNA DE LAS SIGUIENTES OPCIONES** (opción A u opción B):

A Calcula el polinomio de Taylor de grado 3 de la función $f(x) = \operatorname{sen} x$ en el punto $a = 0$. Utilizando dicho polinomio da una aproximación de $\operatorname{sen} 0{,}1$. Dar una estimación del error cometido.

B Se considera la función:

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + nx & \text{si } x \leq -2 \\ x^3 + m & \text{si } x > -2 \end{cases}$$

1) Determinar m y n para que se cumplan las hipótesis del Teorema del Valor Medio en el intervalo $[-4, 2]$.
2) Hallar los puntos del intervalo cuya existencia asegura dicho Teorema.