Escuela Técnica Superior de Ingeniería Industrial.
Departamento de Matemática Aplicada y Estadística. U.P.C.T.
Examen de Matemáticas I. 1º Grado en Ingeniería Electrónica Industrial y Automática.
1 de Septiembre 2011. **Grupo A**.

APELLIDOS Y NOMBRE	D.N.I.

OBSERVACIONES:
Cumplimente todos los datos en esta cabecera.
El examen está dividido en dos partes: primer y segundo parcial.
Para aprobar el examen es necesario que la calificación obtenida en cada una de las partes sea mayor o igual que 4.
Todas las hojas han de llevar los apellidos, nombre y el grupo.
Utilice bolígrafo azul o negro. NO ENTREGUE NADA EN LÁPIZ.
Indique claramente los cálculos y/o razonamientos en cada uno de los ejercicios.
Sólo están permitidas las calculadoras no programables.

NO ESCRIBA EN LA SIGUIENTE TABLA.

1.**(1.5)**	2.a**(1)**	2.b**(1.5)**	2.c **(1)**	2.d **(1)**	3.a **(1)**	3.b **(1)**	4 **(2)**	N(10)
1 **(2)**	2 **(2)**	3.a **(1)**	3.b **(1)**	4 **(2)**	5 **(2)**		N(10)	Final

Primer Parcial

1. **(1.5 Puntos)** Sean $B = \{\vec{v}_1, \vec{v}_2\}$ y $B' = \{\vec{w}_1, \vec{w}_2\}$ bases de $\mathbb{R}^2$, tales que $(1,4)_B = (0,3)_{B'}$ y $(1,1)_B = (1,-1)_{B'}$. Calcular las coordenadas de $\vec{w}_1$ y $\vec{w}_2$ en la base B.

2. Sea $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ una aplicación lineal y consideremos la base de $\mathbb{R}^3$ dada por $B = \{\vec{v}_1, \vec{v}_2, \vec{v}_3\}$ donde $\vec{v}_1 = (-1,-2,1)$, $\vec{v}_2 = (-2,1,0)$ y $\vec{v}_3 = (1,0,0)$. Supongamos que:

$$M_{BB}(f) = \begin{pmatrix} x & 3 & 0 \\ 0 & y & 3 \\ -1 & z & -6 \end{pmatrix},$$

donde x, y, z verifican que $f(\vec{v}_1 + \vec{v}_2) = (4,-5,2)$.

   a) **(1 Punto)** Demuestra que $x = -1$, $y = -1$ y $z = 5$.
   b) **(1.5 Puntos)** Calcula la matriz f respecto de la base canónica $M_{CC}(f)$.
   c) **(1 Punto)** Estudia la inyectividad y suprayectividad de f. Calcula las bases del núcleo y de la imagen de f.
   d) **(1 Punto)** Calcula las ecuaciones implícitas en la base B del subespacio $Ker(f) \cap Im(f)$.

3. Dada la matriz:

$$A = \begin{pmatrix} -5 & -3 & -3 \\ 3 & 1 & 3 \\ 3 & 3 & 1 \end{pmatrix}.$$

a) **(1 Punto)** Calcule los valores propios y el polinomio característico.

b) **(1 Punto)** Determine la matriz diagonal y la matriz de paso.

4. **(2 Puntos)** Calcular la matriz de Gram, respecto de la base B, del producto escalar dado por:

$$\langle \vec{x}, \vec{y} \rangle = 2x_1y_1 + 2x_2y_2 + 2x_3y_3 + x_1y_2 + x_1y_3 + x_2y_1 + x_2y_3 + x_3y_1 + x_3y_2,$$

donde $\vec{x} = (x_1, x_2, x_3)_B$, $\vec{y} = (y_1, y_2, y_3)_B$ son las coordenadas en la base B de $\vec{x}$ y de $\vec{y}$. ¿Es la base B ortogonal? (Justifique la respuesta).

Segundo Parcial

1. **(2 Puntos)** Calcule el siguiente límite sin utilizar L'Hôpital:

$$\lim_{x\to 1} \frac{2x-2}{\sqrt[3]{26+x}-3}.$$

2. **(2 Puntos)** Calcule utilizando el desarrollo de Taylor de orden 2 de la función $f(x) = \log(1+x)$ en el punto $x_0 = 0$ el valor aproximado de $\log(1{,}2)$. Estime el error cometido.

3. Calcule las siguientes primitivas:

$$\textbf{(1 Punto)} \int \frac{\log(1+x)}{1+x}\,dx \qquad \textbf{(1 Punto)} \int \frac{dx}{\sqrt[3]{x}+\sqrt{x}}$$

4. **(2 Puntos)** Dada la función

$$f(x,y) = \begin{cases} \frac{x^3+x^2y-y^3}{x^4+y^4}, & \text{si } (x,y) \neq (0,0), \\ 0 & \text{si } (x,y) = (0,0), \end{cases}$$

estudie la continuidad y la diferenciabilidad de f en $\mathbb{R}^2$.

5. **(2 Puntos)** Calcule los extremos absolutos de la función $f(x,y) = x^2 - 4xy + y^3 + 4y$ en el cuadrado determinado por $0 \leq x \leq 2$ y $0 \leq y \leq 2$.