Escuela Técnica Superior de Ingeniería Industrial.
Departamento de Matemática Aplicada y Estadística. U.P.C.T.
Examen de Matemáticas I. 1º Grado en Ingeniería Electrónica Industrial y Automática.
14 de Junio 2011. **Grupo A**.

Señale **sólo una** de las siguientes opciones:

2ºParcial ☐ Final ☐

APELLIDOS Y NOMBRE	D.N.I.

OBSERVACIONES:
Cumplimente todos los datos en esta cabecera.
El examen está dividido en dos partes: primer y segundo parcial.
Para aprobar el examen es necesario que la calificación obtenida en cada una de las partes sea mayor o igual que 4.
Todas las hojas han de llevar los apellidos, nombre y el grupo.
Utilice bolígrafo azul o negro. NO ENTREGUE NADA EN LÁPIZ.
Indique claramente los cálculos y/o razonamientos en cada uno de los ejercicios.
Sólo están permitidas las calculadoras no programables.

NO ESCRIBA EN LA SIGUIENTE TABLA.

1.(**1**)	2.(**1**)	3.a(**1**)	3.b (**1**)	3.c (**1**)	4 (**2**)	5 (**2**)	6 (**1**)	N(10)
1 (**1**)	2.a (**1**)	2.b (**1**)	3.a (**1**)	3.b (**0.5**)	3.c (**1**)	3.d (**0.5**)	3.e (**1**)	4.(**2**)
5.a(**1**)	5.b (**1**)						N(10)	Final

Segundo Parcial

1. **(1 Punto)** Calcule (sin utilizar L'Hôpital) el siguiente límite:

$$\lim_{x\to 0} (\operatorname{sen} x + \cos x)^{\frac{1}{x}} .$$

2. **(1 Punto)** Sea $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ una función definida por:

$$f(x) = \begin{cases} e^{-\frac{1}{x^2}} & \text{si } x \neq 0 \\ 0 & \text{si } x = 0 \end{cases}$$

Estudiar la continuidad y la derivabilidad de f en $x = 0$.

3. Sea $f(x, y) = e^{\cos x + y^2}$.

   a) **(1 Punto)** Calcule la diferencial de la función f en el punto $(0, 1)$.

   b) **(1 Punto)** Calcule la derivada direccional de la función f en el punto $(0, 1)$ en la dirección del vector $\vec{v} = (1, -1)$, $D_{\vec{v}} f(0, 1)$.

c) **(1 Punto)** Calcule el plano tangente a la superficie determinada por f en el punto $(0,1)$.

4. **(2 Puntos)** Calcule la integral:

$$\iint_D \frac{y^2 e^{x^2+y^2}}{x^2+y^2}\, dx\, dy$$

donde

$$D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : 1 \leq x^2+y^2 \leq 4,\ x \leq y,\ x \geq 0\}.$$

5. **(2 Puntos)** Demuestre que la ecuación

$$\sqrt{x^2+y^2+z^2} = \sqrt{2} + \operatorname{sen} z$$

define implícitamente a z como función de x e y en el punto $(1,1,0)$. Calcula $\dfrac{\partial z}{\partial x}(1,1)$.

6. **(1 Punto)** Resuelve el siguiente problema:

$$\begin{cases} y' & = 2xy^2 \\ y(0) & = 1 \end{cases}$$

$\boxed{\text{Primer Parcial}}$

1. **(1 Punto)** Sean las bases de $\mathbb{R}^3$ dadas por:

$$B = \{(1,0,1), (-1,1,1), (1,-1,0)\}$$
$$B' = \{(2,1,1), (1,1,1), (1,-1,1)\}$$

Indique cómo calcular la matriz del cambio de base de B' a B. (Nota: Deje indicado el producto de matrices y no realice los cálculos).

2. Sea el subespacio vectorial $U = \{(x,y,z,t) \in \mathbb{R}^4 : x - y + 3t = 0,\ z = 0\}$.

   a) **(1 Punto)** Calcule una base del subespacio U.

   b) **(1 Punto)** Si $V = \langle (1,0,1,1) \rangle$, calcula las ecuaciones implícitas de $U + V$.

3. La aplicación lineal $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2$ respecto de las bases $B = \{\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3\}$ y $B' = \{\vec{v}_1, \vec{v}_2\}$ viene dada por:

$$f(\vec{e}_1 + \vec{e}_2) = \vec{v}_1 + \vec{v}_2$$
$$f(\vec{e}_1 + \vec{e}_3) = \vec{v}_1 + \vec{v}_2$$
$$f(\vec{e}_2 + \vec{e}_3) = \vec{v}_1$$

   a) **(1 Punto)** Demostrar que el conjunto $S = \{\vec{e}_1 + \vec{e}_2, \vec{e}_1 + \vec{e}_3, \vec{e}_2 + \vec{e}_3\}$ es una base de $\mathbb{R}^3$.

   b) **(0.5 Puntos)** Calcular $M_{SB'}(f)$.

   c) **(1 Punto)** Calcular $M_{BB'}(f)$.

   d) **(0.5 Puntos)** Calcular las dimensiones del núcleo y la imagen de f.

   e) **(1 Punto)** Calcular bases del núcleo y la imagen de f.

4. **(2 Puntos)** Calcula las ecuaciones (en la base canónica) de la simetría ortogonal de base la recta $x - 3y = 0$.

5. Sea la matriz

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

   a) **(1 Punto)** Calcula el polinomio característico y los valores propios de la matriz A.

   b) **(1 Punto)** En el caso en el que la matriz sea diagonalizable, calcular la matriz diagonal D y la matriz de paso P.