



Departamento de Matemática Aplicada y Estadística. U.P.C.T.

Titulación: Grado en Ingeniería Electrónica Industrial y Automática/Electricidad

Curso: Primero

Hoja de Problemas 1.

1. ¿Para qué enteros n es $3^{2n+1} + 2^{n+2}$ divisible por 7? Demostrar que la respuesta es correcta.
2. Hallar g tal que $f \circ g = F$ en los siguientes casos:
 - a) $f(x) = x^3$, $F(x) = \left(1 - \frac{1}{x^4}\right)^2$.
 - b) $\text{sen}(x)$, $F(x) = \text{sen}\left(\frac{1}{x}\right)$.
3. Formar la composición $f \circ g$ y dar el dominio en los siguientes casos:
 - a) $\frac{1}{x}$, $g(x) = \frac{x-2}{x}$.
 - b) $\frac{1}{x-1}$, $g(x) = \cos(2x)$.
4. Resolver las siguientes desigualdades y representar el conjunto de soluciones en la recta real.
 - a) $\frac{3}{x-2} - \frac{5}{x-6} < 0$.
 - b) $\frac{2x+8}{x^2+8x+7} > 0$.
 - c) $|3x - 5| < 3$.
 - d) $0 < |x - 3| < 8$.
5. Determinar los valores de $A > 0$ que verifican el enunciado:
 - a) $|x - 2| < 1$, entonces $|2x - 4| < A$.
 - b) $|x - 2| < A$, entonces $|2x - 4| < 3$.
6. Determinar el dominio y la imagen de las siguientes funciones:
 - a) $f(x) = \text{sen}^2(x) + \text{cos}^2(x)$;
 - b) $f(x) = 1 + \text{tan}^2(x)$;
 - c) $f(x) = \sqrt{\text{cos}^2(x)}$.
7. La función $f(x) = \text{tan } x$ definida en el intervalo $f : (\pi/2, 3\pi/2) \rightarrow \mathbb{R}$:
 - a) Justifica que la función f tiene inversa y utiliza dicha función para responder las siguientes cuestiones.
 - b) ¿Cuál es el valor de $\lim_{x \rightarrow +\infty} \arctan x$?
 - c) ¿Cuál es el valor de $\arctan 0$?

- d)* Calcula la derivada de $\arctan x$ utilizando la fórmula de la derivada de la cadena.
- e)* Utilizando el apartado anterior calcula $\arctan'(0)$.
- f)* Estudia el crecimiento, decrecimiento de la función $\arctan(x)$.
- g)* Dibuja la función $\arctan x$.

8. Calcula para qué valores de x se verifica:

$$3(x - a)a^2 < x^3 - a^3 < 3(x - a)x^2$$

9. Calcula x sabiendo que

$$\frac{1}{\log_x(a)} = \frac{1}{\log_b(a)} + \frac{1}{\log_c(a)} + \frac{1}{\log_d(a)}$$