# *COORDENADAS CARTESIANAS Y POLARES.*

(***Topografía aplicada para ingenieros***. García A., Rosique M., Segado F. Universidad de Murcia, 1996. ISBN 84-7684-749-1)

***1) Calcula las coordenadas totales de los puntos 1, 2, 3, 4 y 5, tomando como origen el punto O, conociendo las coordenadas parciales siguientes:***

| | | |
|---|---|---|
| ***de 1 respecto a O:*** | ***(20,40 N*** | ***34,70 E)*** |
| ***de 2 respecto a 1:*** | ***(32,80 S*** | ***5,60 E)*** |
| ***de 3 respecto a 2:*** | ***(15,20 S*** | ***22,30 O)*** |
| ***de 4 respecto a 3:*** | ***( 8,90 N*** | ***41,50 O)*** |
| ***de 5 respecto a 4:*** | ***(18,40 N*** | ***19,10 E)*** |

Al tomar como origen de coordenadas el punto *O*, las coordenadas absolutas de *1* coinciden con sus coordenadas relativas respecto a *O*:

$$X_1 = 34{,}70\ E = +34{,}70$$
$$Y_1 = 20{,}40\ N = +20{,}40$$

Para los demás puntos, realizaremos un arrastre de coordenadas, teniendo en cuenta que la coordenada absoluta de un punto se obtiene sumando a la coordenada absoluta de otro punto la coordenada parcial del primero respecto al segundo:

$$X_2 = X_1^2 + X_1 = 5{,}60\ E + 34{,}70\ E = 5{,}60 + 34{,}70 = = 40{,}30 = 40{,}30\ E$$
$$Y_2 = Y_1^2 + Y_1 = 32{,}80\ S + 20{,}40\ N = -32{,}80 + 20{,}40 = = -12{,}40 = 12{,}40\ S$$
$$X_3 = X_2^3 + X_2 = 22{,}30\ O + 40{,}30\ E = -22{,}30 + 40{,}30 = = 18{,}00 = 18{,}00\ E$$
$$Y_3 = Y_2^3 + Y_2 = 15{,}20\ S + 12{,}40\ S = -15{,}20 - 12{,}40 = = -27{,}60 = 27{,}60\ S$$
$$X_4 = X_3^4 + X_3 = 41{,}50\ O + 18{,}00\ E = -41{,}50 + 18{,}00 = = -23{,}50 = 23{,}50\ O$$
$$Y_4 = Y_3^4 + Y_3 = 8{,}90\ N + 27{,}60\ S = 8{,}90 - 27{,}60 = = -18{,}70 = 18{,}70\ S$$
$$X_5 = X_4^5 + X_4 = 19{,}10\ E + 23{,}50\ O = 19{,}10 - 23{,}50 = = -4{,}40 = 4{,}40\ O$$
$$Y_5 = Y_4^5 + Y_4 = 18{,}40\ N + 18{,}70\ S = 18{,}40 - 18{,}70 = = -0{,}30 = 0{,}30\ S$$

***2) Las coordenadas de dos puntos A y B respecto al origen de coordenadas O son:***

| | | |
|---|---|---|
| $X_O^A = 1.120m$ | $Y_O^A = 2.600m$ | $Z_O^A = 117m$ |
| $X_O^B = 1.870m$ | $Y_O^B = 3.750m$ | $Z_O^B = 98m$ |

***Calcula las coordenadas parciales de B respecto a A. Dadas las coordenadas de A en otro***

***sistema de coordenadas, centrado en O1 y orientado como el anterior:***

$$X_{O1}^{A} = 2.740m \qquad Y_{O1}^{A} = 1.460m \qquad Z_{O1}^{A} = 220m$$

***calcula las coordenadas de B en este nuevo sistema.***

Coordenadas parciales de *B* respecto a *A*:

$$X_A^B = X_O^B - X_O^A = 1.870 - 1.120 = 750m$$
$$Y_A^B = Y_O^B - Y_O^A = 3.750 - 2.600 = 1.150m$$
$$Z_A^B = Z_O^B - Z_O^A = 98 - 117 = -19m$$

Coordenadas de *B* en el sistema *O1*:

$$X_{O1}^B = X_A^B + X_{O1}^A = 750 + 2.740 = 3.490m$$
$$Y_{O1}^B = Y_A^B + Y_{O1}^A = 1.150 + 1.460 = 2.610m$$
$$Z_{O1}^B = Z_A^B + Z_{O1}^A = -19 + 220 = 201m$$

***3) Calcula los acimutes de las alineaciones formadas por el origen de coordenadas y cada uno de los puntos siguientes:***

***a) A (317,262 ; 415,694)***

***b) B (190,773 ; -17,525)***

***c) C (-123,687 ;-314,922)***

***d) D (-78,879 ; 144,571)***

***y las distancias reducidas de cada punto al origen.***

Según el cuadrante en que se sitúa cada uno de los puntos, calculamos los acimutes con las expresiones siguientes:

a) Primer cuadrante:

$$\theta_O^A = arc\ tg \frac{|\ X_O^A\ |}{|\ Y_O^A\ |} = arc\ tg \frac{317,262}{415,694} = 41,5014^g$$

$$D_{OA} = \sqrt{(\ X_O^A\ )^2 + (\ Y_O^A\ )^2} = 522,931m$$

b) Segundo cuadrante:

$$\theta_O^B = 200^g - arc\ tg \frac{|\ X_O^B\ |}{|\ Y_O^B\ |} = 200^g - arc\ tg \frac{190,773}{17,525} = 105,832^g$$

También:

$$\theta_O^B = 100^g + arc\ tg \frac{|\ Y_O^B\ |}{|\ X_O^B\ |} = 100^g + arc\ tg \frac{17,525}{190,773} = 105,832^g$$

$$D_{OB} = \sqrt{(\ X_O^B\ )^2 + (\ Y_O^B\ )^2} = 191,576m$$

c) Tercer cuadrante:

$$\theta_O^C = 200^g + arc\ tg \frac{|\ X_O^C\ |}{|\ Y_O^C\ |} = 300^g - arc\ tg \frac{|\ Y_O^C\ |}{|\ X_O^C\ |} = 223,825^g$$

$$D_{OC} = \sqrt{(\ X_O^C\ )^2 + (\ Y_O^C\ )^2} = 338,341m$$

d) Cuarto cuadrante:

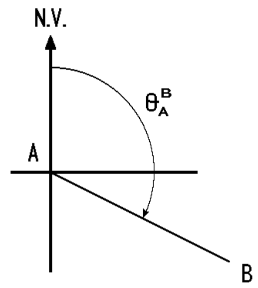
$$\theta_O^D = 400^g - arc\ tg \frac{|\ X_O^D\ |}{|\ Y_O^D\ |} = 300^g + arc\ tg \frac{|\ Y_O^D\ |}{|\ X_O^D\ |} = 368,203^g$$

$$D_{OD} = \sqrt{(\ X_O^D\ )^2 + (\ Y_O^D\ )^2} = 164,690m$$

***4) Calcula el acimut de la alineación formada por dos puntos A y B, de coordenadas:***

***A (1.844,324 ; 3.026,778) B (2.711,124 ; 2.215,439)***

***Calcula también la distancia reducida entre ambos puntos.***




Para calcular el acimut $\theta_A^B$ suponemos que el origen de coordenadas se traslada al punto *A* y determinamos en qué cuadrante se sitúa *B* con relación a este nuevo sistema de ejes:

$$X_B > X_A \qquad Y_B < Y_A$$

Por tanto, *B* se sitúa en el segundo cuadrante con relación a *A*. La expresión a emplear en este caso es:

$$\theta_A^B = 200^g - arc\ tg \frac{|\ X_B - X_A\ |}{|\ Y_B - Y_A\ |} = 200^g - arc\ tg \frac{866,800}{811,339} = 147,897^g$$

O bien:

$$\theta_A^B = 100^g + arc\ tg \frac{|\ Y_B - Y_A\ |}{|\ X_B - X_A\ |} = 100^g + arc\ tg \frac{811,339}{866,800} = 147,897^g$$

Si necesitamos calcular el acimut recíproco $\theta_B^A$, sabemos que *A* se sitúa en el cuarto cuadrante con relación a *B*. Para calcular un acimut a partir de su recíproco haremos:

$$\theta_B^A = \theta_A^B \pm 200^g$$

siempre que pueda despreciarse la convergencia de meridianos. En nuestro caso:

$$\theta_B^A = \theta_A^B + 200^g = 147,897^g + 200^g = 347,897^g$$

En este caso sumamos $200^g$, ya que si los restamos, el resultado sería negativo.

La distancia reducida vale:

$$D_{AB} = \sqrt{(\ X_B - X_A\ )^2 + (\ Y_B - Y_A\ )^2} = 1187,271m$$

***5) Las coordenadas de dos puntos A y B son:***

***A ($X_A$ = 2.348,765 ; $Y_A$ = 3.437,489 ; $Z_A$ = 189,623)***

***B ($X_B$ = 1.189,769 ; $Y_B$ = 1.815,275 ; $Z_B$ = 177,545)***

***Calcula la distancia natural y la distancia reducida entre dichos puntos; calcula el acimut de la alineación que forman.***

La distancia natural se calcula:

$$D_N = \sqrt{(\ X_B - X_A\ )^2 + (\ Y_B - Y_A\ )^2 + (\ Z_B - Z_A\ )^2} = 1.993,739m$$

La distancia reducida es la longitud de la proyección del segmento *AB* sobre el plano horizontal:

$$D_R = \sqrt{(\ X_B - X_A\ )^2 + (\ Y_B - Y_A\ )^2} = 1.993,703m$$

Para calcular el acimut, determinamos en qué cuadrante se sitúa *B* con relación a un sistema de ejes centrado en *A*. Se trata del tercer cuadrante, ya que:

$$X_B < X_A \qquad Y_B < Y_A$$

Podemos aplicar la expresión:

$$\theta_A^B = 200^g + arc\ tg \frac{|\ X_B - X_A\ |}{|\ Y_B - Y_A\ |} = 200^g + arc\ tg \frac{1.158,996}{1.622,214} = 239,493^g$$

***6) La distancia reducida entre dos puntos P y Q vale $D_{PQ}$ = 714,320m y el acimut de la alineación que forman $\theta_P^Q$ = 121º15'38". Calcula las coordenadas cartesianas parciales de Q***

***respecto a P y las de P respecto a Q.***

Para transformar las coordenadas polares (distancia reducida y acimut) en cartesianas, utilizamos las expresiones:

$$X_P^Q = D_{PQ}\ \ sen\ \theta_P^Q = 714{,}320\ \ sen\ 121°15'38'' = 610{,}612m$$

$$Y_P^Q = D_{PQ}\ \ cos\ \theta_P^Q = 714{,}320\ \ cos\ 121°15'38'' = -370{,}683m$$

Las coordenadas parciales de *P* respecto a *Q* tienen los mismos valores absolutos que las anteriores, pero signos contrarios:

$$X_Q^P = -X_P^Q = -610{,}612m$$

$$Y_Q^P = -Y_P^Q = 370{,}683m$$

También podemos calcularlas con las expresiones iniciales, puesto que conocemos el acimut $\theta_Q^P$:

$$\theta_Q^P = \theta_P^Q \pm 180° = 121°15'38'' + 180° = 301°15'38''$$

$$X_Q^P = D_{PQ}\ \ sen\ \theta_Q^P$$

$$Y_Q^P = D_{PQ}\ \ cos\ \theta_Q^P$$