4. INTRODUCCIÓN A LA CARTOGRAFÍA. PROYECCIÓN LAMBERT

EJERCICIOS

4. 1.- Calcula las coordenadas polares Lambert de un punto P del que se conocen las coordenadas geográficas:

$$M_P = 1^o15'45{,}20'' \qquad L_P = 38^o57'08{,}12''$$

Calculamos la excentricidad del elipsoide de Struve con los datos de 1.4:

$$e = \frac{\sqrt{a^2 - b^2}}{a} = 0{,}082306499$$

Aplicando las expresiones de 4.3.1:

$$r_P = 12.380.512{,}98\ (tg\ \frac{90^o - L_P}{2})^{sen\ 40^o}\ (\frac{1 + e\ \ sen\, L_P}{1 - e\ \ sen\, L_P})^{\frac{e\ \ sen\, 40^o}{2}} = 7.719.143{,}361m$$

$$\omega_P = M_P\ \ sen\, 40^o = 0{,}811555067652^o = 0^o 48'41{,}6''$$

También podemos utilizar la tabla de radios de 4.3.2 para el cálculo del radio vector. Se entra con la latitud del punto *P* y se obtiene un valor, para *38º55'*, de *r = 7.723.090,17*. La diferencia entre la latitud de la tabla y la de *P* es de *2'08,12" = 128,12"*. Interpolando:

$$300'' \rightarrow -9.241{,}64$$
$$128{,}12'' \rightarrow c$$
$$c = -3.946{,}796$$

De ahí: $r_P = r + c = 7.719.143{,}374m$

que da un resultado bastante aproximado.

4.2.- Calcula las coordenadas cartesianas Lambert del punto P del ejercicio anterior.

Aplicando las expresiones de 4.3.1:

$$X_P = 600.000 + r_P\ \ sen\ \omega_P = 7.093.32{,}668m$$
$$Y_P = 600.000 + r_0 - r_P\ \ cos\ \omega_P = 484.581{,}863m$$

siendo $r_0 = 7.602.950{,}9m$ el radio vector del paralelo 40^o.

4.3.- Calcula las coordenadas geográficas de un punto Q cuyas coordenadas cartesianas Lambert son:

$$X_Q = 468.055{,}329m \qquad Y_Q = 512.539{,}753m$$

Con las expresiones de 4.3.2 calculamos:

$$tg\ \omega_Q = \frac{X_Q - 600.000}{600.000 + r_0 - Y_Q} \qquad \omega_Q = -58'58,55''$$

$$r_Q = \frac{X_Q - 600.000}{sen\ \omega_Q} = 7.691.543,094$$

La longitud M_Q se calcula:

$$M_Q = \frac{\omega_Q}{sen\ 40^o} = -1^o 31'45''$$

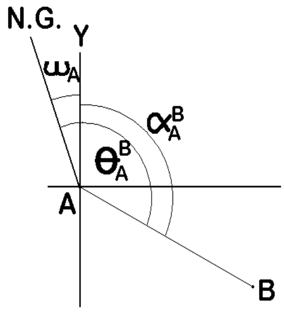
Entrando con el valor de r_Q en la tabla de radios e interpolando, obtenemos la latitud:

$$L_Q = 39^o12'04,085''$$

4.4.- *Calcula la orientación Lambert α_A^B de la alineación formada por los puntos A y B, de coordenadas:*

X_A = 768.403,245m $\qquad$ Y_A = 449.958,803m

X_B = 769.112,450m $\qquad$ Y_B = 449.442,132m



La expresión a utilizar se deduce del croquis adjunto:

$$\alpha_A^B = 90^o + arco\ tg \frac{|Y_B - Y_A|}{|X_B - X_A|} = 126^o 04'26,9''$$

4.5.- *Calcula el acimut topográfico de la alineación del ejercicio anterior.*

La convergencia correspondiente al punto *A* se calcula:

$$tg\ \omega_A = \frac{X_A - 600.000}{600.000 + r_0 - Y_A} \qquad \omega_A = 1^o14'39,59$$

El acimut topográfico, tal como se vio en 4.4 y teniendo en cuenta que el punto *A* se sitúa al este del meridiano de Madrid, será (véase croquis adjunto):

$$\theta_A^B = \alpha_A^B + \omega_A = 127^o 19'06,49''$$

4.6.- *Calcula la distancia Lambert, el módulo de deformación lineal y la distancia geodésica entre los puntos:*

M_P = 1º15'45,20" $\qquad$ L_P = 38º57'08,12"

M_Q = 1º15'23,56" $\qquad$ L_Q = 38º57'12,09"

Calculamos las coordenadas cartesianas de ambos puntos, como en el ejercicio 4.6.2:

X_P = 709.332,668m $\qquad$ Y_P = 484.581,863m

X_Q = 708.810,439m $\qquad$ Y_Q = 484.696,793m

Aplicamos las expresiones de 4.5. Distancia Lambert:

$$D_{PQ} = \sqrt{(X_Q - X_P)^2 + (Y_Q - Y_P)^2} = 534,726m$$

Los valores de *K* pueden calcularse con la expresión:

$$K = \frac{r\ \ sen\ 40^o}{N\ \ cos\ L}$$

Vamos a calcular los valores de *K* correspondientes a los dos puntos y a emplear su valor medio:

Punto P:

$R_P = 7.719.143,361$ (véase 4.3.1)

$N_P = 6.386.854,192$ (véase 2.2)

$K_P = 0,9989740318$

Punto Q:

$R_Q = 7.719.021,063$

$N_Q = 6.386.854,600$

$K_Q = 0,9989736844$

Tomamos el valor medio: $K_m = 0,9989738$

De donde, finalmente:

$$D_g = \frac{D_{PQ}}{K_m} = 535,275\,m$$

5. PROYECCIÓN UTM. CAMBIO DE ELIPSOIDE

EJERCICIOS

5.1.- Calcula las coordenadas cartesianas UTM de un punto P cuyas coordenadas geográficas son:

$$\boldsymbol{\lambda_P = -0^o55'55{,}27'' \qquad \varphi_P = 37^o39'28{,}29''}$$

El punto está situado en el huso 30.

Se ha resuelto con ayuda de la calculadora geodésica del IGN:

$$X_P = 682.421{,}740m \qquad Y_P = 4.169.935{,}298m$$

5.2.- Calcula las coordenadas geográficas de un vértice V, situado en el huso 30 y cuyas coordenadas cartesianas UTM son:

$$\boldsymbol{X_V = 687.630{,}6m \qquad Y_V = 4.165.885{,}0m}$$

Se ha resuelto con ayuda de la calculadora geodésica del IGN:

$$\lambda_V = -0^o52'26{,}57'' \qquad \varphi_V = 37^o37'13{,}18''$$

5.3.- Calcula las coordenadas UTM en el huso 31 del vértice V del ejercicio anterior.

Se ha resuelto con ayuda de la calculadora geodésica del IGN. Una vez calculadas las coordenadas geográficas, se transforman de nuevo en cartesianas indicando que no se desea referirlas al huso que corresponde (30) sino al siguiente (31).

$$X'_V = 158.040{,}725m \qquad Y'_V = 4.170.822{,}687m$$

5.4.- Calcula la orientación UTM de la alineación formada por el vértice V del ejercicio 5.2 y un punto P, también del huso 30, de coordenadas:

$$\boldsymbol{X_P = 687.745{,}9 \qquad Y_P = 4.166.026{,}4}$$

Calcula la convergencia UTM y el acimut de la alineación, ambos en grados sexagesimales.

Se observa, de las coordenadas de ambos puntos, que *P* se sitúa al noreste del vértice. Por tanto, la orientación UTM se calcula:

$$O_V^P = arco\ tg \frac{|X_P - X_V|}{|Y_P - Y_V|} = 39^o11'39{,}83''$$

Para calcular la convergencia en *V*, empleamos la calculadora del IGN:

$$\gamma = 1^o17'53''$$

El signo positivo de la convergencia indica que la meridiana en *V* se sitúa al oeste de la cuadrícula UTM. Por tanto, calculamos el acimut haciendo:

$$\theta_V^P = O_V^P + \gamma = 40^o 29'32{,}83''$$

5.5.- Calcula la distancia UTM entre los dos puntos del ejercicio 5.4. Calcula el valor del módulo de deformación lineal y la distancia geodésica entre ellos.

La distancia UTM se calcula:

$$D_{UTM} = \sqrt{(X_V - X_P)^2 + (Y_V - Y_P)^2} = 182{,}450\,m$$

Como se trata de una distancia corta, emplearemos el módulo de anamorfosis lineal del punto *V*, calculado empleando la calculadora del IGN:

$$K = 1{,}00003354$$

$$D_G = \frac{D_{UTM}}{K} = 182{,}444\,m$$

5.6.- Calcula las coordenadas geográficas datum Madrid del vértice del ejercicio 5.2, próximo a la esquina noreste de la hoja 977 (Cartagena) del MTN escala 1:50.000.

Consultando la hoja 977 del MTN (datum ED50) se observa que las coordenadas geográficas de su esquina noreste son:

$$\lambda_E = -0^o 51'11'' \qquad \varphi_E = 37^o 40'04{,}5''$$

Las de la misma esquina en la hoja antigua (datum Madrid) se ven en la figura 5.3:

$$M_E = 2^o 50' \qquad L_E = 37^o 40'$$

Puesto que vamos a pasar de geográficas ED50 a geográficas datum Madrid, haremos:

$$c_M = M_E - \lambda_E = 3^o 41'11'' \qquad c_L = L_E - \varphi_E = -0^o 0'4{,}5''$$

Por tanto, las coordenadas del vértice referidas al datum Madrid, serán:

$$M_V = \lambda_V + c_M = 2^o 48'44{,}43'' \qquad L_V = \varphi_E + c_L = 37^o 37'8{,}68''$$