Números Índices

Manuel Ruiz Marín

Universidad Politécnica de Cartagena

Índice del Tema

Introducción

Objetivo del Tema

1. En temas anteriores hemos sintetizado la información presente en una distribución con las medidas de posición, pasando por el estudio de su variabilidad (medidas de dispersión)y de las medidas de forma (asimetria y curtosis)
2. Ahora pretendemos estudiar la variación relativa en el tiempo o el espacio de una o varias magnitudes respecto a una situación inicial o punto de referencia, fijado arbitrariamente.

Introducción

Objetivo del Tema

1. En temas anteriores hemos sintetizado la información presente en una distribución con las medidas de posición, pasando por el estudio de su variabilidad (medidas de dispersión)y de las medidas de forma (asimetria y curtosis)
2. Ahora pretendemos estudiar la variación relativa en el tiempo o el espacio de una o varias magnitudes respecto a una situación inicial o punto de referencia, fijado arbitrariamente.

Números Índices

Definición

- Llamaremos Número índice a aquella medida estadística que nos permite estudiar los cambios que se producen en una o varias magnitudes respecto al tiempo o al espacio.
- Es decir vamos a comparar dos situaciones unas de las cuales se toma como referencia.
- Nos centraremos en las comparaciones en el tiempo.
- Al periodo inicial se le llama periodo base o de referencia.
- La situación que queremos comparar se llama periodo actual o corriente.

Números Índices

Definición

- Llamaremos Número índice a aquella medida estadística que nos permite estudiar los cambios que se producen en una o varias magnitudes respecto al tiempo o al espacio.
- Es decir vamos a comparar dos situaciones unas de las cuales se toma como referencia.
- Nos centraremos en las comparaciones en el tiempo.
- Al periodo inicial se le llama periodo base o de referencia.
- La situación que queremos comparar se llama periodo actual o corriente.

Números Índices Simples

Expresión Numérica

- Sea X_i una magnitud y sean x_{i0} y x_{it} los valores que toman en los periodos base y actual respectivamente. Se define el número índice simple para la magnitud X_i como:

$$I_0^t(i) = \frac{x_{it}}{x_{i0}}$$

- Nos mide la variación que ha sufrido la magnitud X_i entre los periodos considerados.
- La elección del periodo base condiciona el resultado de la comparación y por tanto debe ser lo más adecuado posible a los objetivos que se persiguen.

Números Índices Simples

Expresión Numérica

- Sea X_i una magnitud y sean x_{i0} y x_{it} los valores que toman en los periodos base y actual respectivamente. Se define el número índice simple para la magnitud X_i como:

$$I_0^t(i) = \frac{x_{it}}{x_{i0}}$$

- Nos mide la variación que ha sufrido la magnitud X_i entre los periodos considerados.
- La elección del periodo base condiciona el resultado de la comparación y por tanto debe ser lo más adecuado posible a los objetivos que se persiguen.

Números Índices Simples

Números Índices Simples de Precios

Sean p_{i0} y p_{it} los precios de la magnitud X_i en los periodos base y actual respectivamente. Entonces

$$P_0^t(i) = \frac{p_{it}}{p_{i0}}$$

Números Índices Simples

Números Índices Simples de Precios

Sean p_{i0} y p_{it} los precios de la magnitud X_i en los periodos base y actual respectivamente. Entonces

$$P_0^t(i) = \frac{p_{it}}{p_{i0}}$$

Números Índices Simples Cuanticos o de Producción

Sean q_{i0} y q_{it} los precios de la magnitud X_i en los periodos base y actual respectivamente. Entonces

$$Q_0^t(i) = \frac{q_{it}}{q_{i0}}$$

Números Índices Simples

Números Índices Simples de Precios

Sean p_{i0} y p_{it} los precios de la magnitud X_i en los periodos base y actual respectivamente. Entonces

$$P_0^t(i) = \frac{p_{it}}{p_{i0}}$$

Números Índices Simples Cuanticos o de Producción

Sean q_{i0} y q_{it} los precios de la magnitud X_i en los periodos base y actual respectivamente. Entonces

$$Q_0^t(i) = \frac{q_{it}}{q_{i0}}$$

Números Índices Simples

Números Índices Simples de Valor

Definimos el valor de un bien como el producto del precio del bien por la cantidad producida (o vendida) de dicho bien. Entonces

$$V_0^t(i) = \frac{v_{it}}{v_{i0}} = \frac{p_{it}q_{it}}{p_{i0}q_{i0}}$$

Números Índices Simples

Números Índices Simples de Valor

Definimos el valor de un bien como el producto del precio del bien por la cantidad producida (o vendida) de dicho bien. Entonces

$$V_0^t(i) = \frac{v_{it}}{v_{i0}} = \frac{p_{it}q_{it}}{p_{i0}q_{i0}}$$

Números Índices Simples de Valor

Se verifica que

$$V_0^t(i) = P_0^t(i)Q_0^t(i)$$

Números Índices Simples

Números Índices Simples de Valor

Definimos el valor de un bien como el producto del precio del bien por la cantidad producida (o vendida) de dicho bien. Entonces

$$V_0^t(i) = \frac{v_{it}}{v_{i0}} = \frac{p_{it}q_{it}}{p_{i0}q_{i0}}$$

Números Índices Simples de Valor

Se verifica que

$$V_0^t(i) = P_0^t(i)Q_0^t(i)$$

Número Índice Complejo Sin Ponderar

Número Índice Complejo

Cuando estamos interesados en comparar precios, cantidads o valor de una cantidad finita de magnitudes, utilizaremos la imformación que proporciona cada uno de los números indices simples de cada magnitud y la resumiremos en un único índice que vamos a denominar complejo.

Número Índice Complejo Sin Ponderar

Número Índice Complejo

Cuando estamos interesados en comparar precios, cantidads o valor de una cantidad finita de magnitudes, utilizaremos la imformación que proporciona cada uno de los números indices simples de cada magnitud y la resumiremos en un único índice que vamos a denominar complejo.

Número Índice Complejo Sin Ponderar

Número Índice Complejo

Supongamos que tenemos las magnitudes $X_1, X_2, \ldots, X_N$

Periodo base	Periodo actual	Índices simples
x_{10}	x_{1t}	$I_0^t(1) = \frac{x_{1t}}{x_{10}}$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
x_{i0}	x_{it}	$I_0^t(i) = \frac{x_{it}}{x_{i0}}$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
x_{N0}	x_{Nt}	$I_0^t(N) = \frac{x_{Nt}}{x_{N0}}$

Número Índice Complejo Sin Ponderar

Número Índice Complejo

Supongamos que tenemos las magnitudes $X_1, X_2, \ldots, X_N$

Periodo base	Periodo actual	Índices simples
x_{10}	x_{1t}	$I_0^t(1) = \frac{x_{1t}}{x_{10}}$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
x_{i0}	x_{it}	$I_0^t(i) = \frac{x_{it}}{x_{i0}}$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
x_{N0}	x_{Nt}	$I_0^t(N) = \frac{x_{Nt}}{x_{N0}}$

Número Índice Complejo Sin Ponderar

Número Índice Complejo Sin Ponderar

- Índice media aritmética de índices simples.

$$\overline{I}_0^t = \frac{I_0^t(1) + I_0^t(2) + \cdots + I_0^t(N)}{N} = \frac{\sum_{i=1}^{N} I_0^t(i)}{N} = \frac{\sum_{i=1}^{N} \frac{x_{it}}{x_{i0}}}{N}$$

- Índice media geométrica de índices simples.

$$I_{G_0}^t = \sqrt[N]{I_0^t(1) \cdot I_0^t(2) \cdots I_0^t(N)} = \sqrt[N]{\prod_{i=1}^{N} I_0^t(i)} = \sqrt[N]{\prod_{i=1}^{N} \frac{x_{it}}{x_{i0}}}$$

Número Índice Complejo Sin Ponderar

Número Índice Complejo Sin Ponderar

- Índice media aritmética de índices simples.

$$\overline{I}_0^t = \frac{I_0^t(1) + I_0^t(2) + \cdots + I_0^t(N)}{N} = \frac{\sum_{i=1}^{N} I_0^t(i)}{N} = \frac{\sum_{i=1}^{N} \frac{x_{it}}{x_{i0}}}{N}$$

- Índice media geométrica de índices simples.

$$I_{G_0}^t = \sqrt[N]{I_0^t(1) \cdot I_0^t(2) \cdots I_0^t(N)} = \sqrt[N]{\prod_{i=1}^{N} I_0^t(i)} = \sqrt[N]{\prod_{i=1}^{N} \frac{x_{it}}{x_{i0}}}$$

Número Índice Complejo Sin Ponderar

Número Índice Complejo Sin Ponderar

- Índice media armónica de índices simples.

$$I_{H_0}^{t}=\frac{N}{\frac{1}{I_0^t(1)}+\frac{1}{I_0^t(2)}+\cdots+\frac{1}{I_0^t(N)}}=\frac{N}{\sum\limits_{i=1}^{N}\frac{1}{I_0^t(i)}}=\frac{N}{\sum\limits_{i=1}^{N}\frac{x_{i0}}{x_{it}}}$$

- Índice media agregativa de índices simples.

$$I_A=\frac{x_{1t}+x_{2t}+\cdots+x_{Nt}}{x_{10}+x_{20}+\cdots+x_{N0}}=\frac{\sum\limits_{i=1}^{N}x_{it}}{\sum\limits_{i=1}^{N}x_{i0}}$$

Número Índice Complejo Sin Ponderar

Número Índice Complejo Sin Ponderar

- Índice media armónica de índices simples.

$$I_{H_0}^t = \frac{N}{\frac{1}{I_0^t(1)} + \frac{1}{I_0^t(2)} + \cdots + \frac{1}{I_0^t(N)}} = \frac{N}{\sum_{i=1}^{N} \frac{1}{I_0^t(i)}} = \frac{N}{\sum_{i=1}^{N} \frac{x_{i0}}{x_{it}}}$$

- Índice media agregativa de índices simples.

$$I_A = \frac{x_{1t} + x_{2t} + \cdots + x_{Nt}}{x_{10} + x_{20} + \cdots + x_{N0}} = \frac{\sum_{i=1}^{N} x_{it}}{\sum_{i=1}^{N} x_{i0}}$$

Número Índice Complejo Ponderado

Número Índice Complejo Ponderado

- Índice media aritmética ponderada de índices simples.

$$\bar{I}_0^t = \frac{I_0^t(1)w_1 + I_0^t(2)w_2 + \cdots + I_0^t(N)w_N}{w_1 + w_2 + \cdots + w_N} = \frac{\sum_{i=1}^{N} I_0^t(i)w_i}{\sum_{i=1}^{N} w_i}$$

- Índice media geométrica ponderada de índices simples.

$$I_{G_0}^t = \sqrt[\sum_{i=1}^{N} w_i]{I_0^t(1)^{w_1} \cdot I_0^t(2)^{w_2} \cdots I_0^t(N)^{w_N}} = \sqrt[\sum_{i=1}^{N} w_i]{\prod_{i=1}^{N} I_0^t(i)^{w_i}}$$

Número Índice Complejo Ponderado

Número Índice Complejo Ponderado

- Índice media aritmética ponderada de índices simples.

$$\bar{I}_0^t = \frac{I_0^t(1)w_1 + I_0^t(2)w_2 + \cdots + I_0^t(N)w_N}{w_1 + w_2 + \cdots + w_N} = \frac{\sum_{i=1}^{N} I_0^t(i)w_i}{\sum_{i=1}^{N} w_i}$$

- Índice media geométrica ponderada de índices simples.

$$I_{G_0}^t = \sqrt[\sum_{i=1}^{N} w_i]{I_0^t(1)^{w_1} \cdot I_0^t(2)^{w_2} \cdots I_0^t(N)^{w_N}} = \sqrt[\sum_{i=1}^{N} w_i]{\prod_{i=1}^{N} I_0^t(i)^{w_i}}$$

Número Índice Complejo Ponderado

Número Índice Complejo Ponderado

- Índice media armónica ponderada de índices simples.

$$I_{H_0}^t = \frac{w_1 + w_2 + \cdots + w_N}{\frac{1}{I_0^t(1)} w_1 + \frac{1}{I_0^t(2)} w_2 + \cdots + \frac{1}{I_0^t(N)} w_N} = \frac{\sum_{i=1}^{N} w_i}{\sum_{i=1}^{N} \frac{1}{I_0^t(i)} w_i}$$

- Índice media agregativa ponderada de índices simples.

$$I_A = \frac{x_{1t} w_1 + x_{2t} w_2 + \cdots + x_{Nt} w_N}{x_{10} w_1 + x_{20} w_2 + \cdots + x_{N0} w_N} = \frac{\sum_{i=1}^{N} x_{it} w_i}{\sum_{i=1}^{N} x_{i0} w_i}$$

Número Índice Complejo Ponderado

Número Índice Complejo Ponderado

- Índice media armónica ponderada de índices simples.

$$I_{H_0}^t = \frac{w_1 + w_2 + \cdots + w_N}{\frac{1}{I_0^t(1)} w_1 + \frac{1}{I_0^t(2)} w_2 + \cdots + \frac{1}{I_0^t(N)} w_N} = \frac{\sum_{i=1}^{N} w_i}{\sum_{i=1}^{N} \frac{1}{I_0^t(i)} w_i}$$

- Índice media agregativa ponderada de índices simples.

$$I_A = \frac{x_{1t} w_1 + x_{2t} w_2 + \cdots + x_{Nt} w_N}{x_{10} w_1 + x_{20} w_2 + \cdots + x_{N0} w_N} = \frac{\sum_{i=1}^{N} x_{it} w_i}{\sum_{i=1}^{N} x_{i0} w_i}$$

Propiedades de los Números Índices

Propiedades

Todo número índice debe satisfacer las siguientes propiedades

1. Existencia. Debe existir y tener un vslor finito distinto de 0.
2. Identidad. Si se hacen coincidir los periodos base y actual el número índice vale 1.
3. Inversión. Si intercambiamos los periodos base y actual entre si el buevo índice debe ser

$$I_t^0 = \frac{1}{I_0^t} \Rightarrow I_0^t \cdot I_t^0 = 1.$$

Propiedades de los Números Índices

Propiedades

Todo número índice debe satisfacer las siguientes propiedades

1. Existencia. Debe existir y tener un vslor finito distinto de 0.
2. Identidad. Si se hacen coincidir los periodos base y actual el número índice vale 1.
3. Inversión. Si intercambiamos los periodos base y actual entre si el buevo índice debe ser

$$I_t^0 = \frac{1}{I_0^t} \Rightarrow I_0^t \cdot I_t^0 = 1.$$

Propiedades de los Números Índices

Propiedades

4 Circular. Sean $0, t$ y t' tres periodos de tiempo. Etonces se debe cumplir

$$I_0^t \cdot I_t^{t'} \cdot I_{t'}^0 = 1.$$

Como cansecuencia de esta propiedad y de la inversión

$$I_0^t \cdot I_t^{t'} = \frac{1}{I_{t'}^0} = I_0^{t'}$$

5 Proporcionalidad. Si X_i sufre una variación proporcional k, el número índice debe quedar afectado por k, esto es si $x_{it'} = x_{it} + kx_{it} = (1+k)x_{it}$ entonces

$$I_0^{t'}(i) = \frac{x_{it'}}{x_{i0}} = \frac{(1+k)x_{it}}{x_{i0}} = (1+k)I_0^t(i)$$

Propiedades de los Números Índices

Propiedades

4 Circular. Sean $0, t$ y t' tres periodos de tiempo. Etonces se debe cumplir

$$I_0^t \cdot I_t^{t'} \cdot I_{t'}^0 = 1.$$

Como cansecuencia de esta propiedad y de la inversión

$$I_0^t \cdot I_t^{t'} = \frac{1}{I_{t'}^0} = I_0^{t'}$$

5 Proporcionalidad. Si X_i sufre una variación proporcional k, el número índice debe quedar afectado por k, esto es si $x_{it'} = x_{it} + kx_{it} = (1+k)x_{it}$ entonces

$$I_0^{t'}(i) = \frac{x_{it'}}{x_{i0}} = \frac{(1+k)x_{it}}{x_{i0}} = (1+k)I_0^t(i)$$

Números Índices Complejos de Precios

Sin Ponderar

- Índice de Sauerbeck Es la media aritmética sin ponderar de los índices simples de precios.

$$S_{p_0}^t = \frac{\sum_{i=1}^{N} I_0^t(i)}{N} = \frac{\sum_{i=1}^{N} \frac{p_{it}}{p_{i0}}}{N}$$

- Índice de Bradstreet-Dûtot Es la media agregativa sin ponderar de los precios.

$$(B-D)_{p_0}^t = \frac{\sum_{i=1}^{N} p_{it}}{\sum_{i=1}^{N} p_{i0}}$$

Números Índices Complejos de Precios

Sin Ponderar

- Índice de Sauerbeck Es la media aritmética sin ponderar de los índices simples de precios.

$$S_{p_0}^t = \frac{\sum_{i=1}^{N} I_0^t(i)}{N} = \frac{\sum_{i=1}^{N} \frac{p_{it}}{p_{i0}}}{N}$$

- Índice de Bradstreet-Dûtot Es la media agregativa sin ponderar de los precios.

$$(B-D)_{p_0}^t = \frac{\sum_{i=1}^{N} p_{it}}{\sum_{i=1}^{N} p_{i0}}$$

Números Índices Complejos de Precios

Índices Media Aritmética Ponderada

- Índice de Laspeyres. Ponderaciones $w_i = p_{i0} q_{i0}$

$$L_{p_0}^t = \frac{\sum_{i=1}^{N} I_0^t(i) w_i}{\sum_{i=1}^{N} w_i} = \frac{\sum_{i=1}^{N} \frac{p_{it}}{p_{i0}} p_{i0} q_{i0}}{\sum_{i=1}^{N} p_{i0} q_{i0}} = \frac{\sum_{i=1}^{N} p_{it} q_{i0}}{\sum_{i=1}^{N} p_{i0} q_{i0}}$$

- Índice de Paasche. Ponderaciones $w_i = p_{i0} q_{it}$

$$P_{p_0}^t = \frac{\sum_{i=1}^{N} I_0^t(i) w_i}{\sum_{i=1}^{N} w_i} = \frac{\sum_{i=1}^{N} \frac{p_{it}}{p_{i0}} p_{i0} q_{it}}{\sum_{i=1}^{N} p_{i0} q_{it}} = \frac{\sum_{i=1}^{N} p_{it} q_{it}}{\sum_{i=1}^{N} p_{i0} q_{it}}$$

Números Índices Complejos de Precios

Índices Media Aritmética Ponderada

- Índice de Laspeyres. Ponderaciones $w_i = p_{i0} q_{i0}$

$$L_{p_0}^t = \frac{\sum_{i=1}^{N} I_0^t(i) w_i}{\sum_{i=1}^{N} w_i} = \frac{\sum_{i=1}^{N} \frac{p_{it}}{p_{i0}} p_{i0} q_{i0}}{\sum_{i=1}^{N} p_{i0} q_{i0}} = \frac{\sum_{i=1}^{N} p_{it} q_{i0}}{\sum_{i=1}^{N} p_{i0} q_{i0}}$$

- Índice de Paasche. Ponderaciones $w_i = p_{i0} q_{it}$

$$P_{p_0}^t = \frac{\sum_{i=1}^{N} I_0^t(i) w_i}{\sum_{i=1}^{N} w_i} = \frac{\sum_{i=1}^{N} \frac{p_{it}}{p_{i0}} p_{i0} q_{it}}{\sum_{i=1}^{N} p_{i0} q_{it}} = \frac{\sum_{i=1}^{N} p_{it} q_{it}}{\sum_{i=1}^{N} p_{i0} q_{it}}$$

Números Índices Complejos de Precios

Índices Media Aritmética Ponderada

- Índice de Edgeworth. Ponderaciones $w_i = p_{i0}q_{i0} + p_{i0}q_{it} = p_{i0}(q_{i0} + q_{it})$

$$E_{p_0}^t = \frac{\sum_{i=1}^{N} I_0^t(i) w_i}{\sum_{i=1}^{N} w_i} = \frac{\sum_{i=1}^{N} \frac{p_{it}}{p_{i0}} p_{i0}(q_{i0} + q_{it})}{\sum_{i=1}^{N} p_{i0}(q_{i0} + q_{it})} = \frac{\sum_{i=1}^{N} p_{it}(q_{i0} + q_{it})}{\sum_{i=1}^{N} p_{i0}(q_{i0} + q_{it})}$$

Números Índices Complejos de Precios

Índices Media Aritmética Ponderada

- Índice de Edgeworth. Ponderaciones $w_i = p_{i0}q_{i0} + p_{i0}q_{it} = p_{i0}(q_{i0} + q_{it})$

$$E_{p_0}^t = \frac{\sum_{i=1}^{N} I_0^t(i) w_i}{\sum_{i=1}^{N} w_i} = \frac{\sum_{i=1}^{N} \frac{p_{it}}{p_{i0}} p_{i0}(q_{i0} + q_{it})}{\sum_{i=1}^{N} p_{i0}(q_{i0} + q_{it})} = \frac{\sum_{i=1}^{N} p_{it}(q_{i0} + q_{it})}{\sum_{i=1}^{N} p_{i0}(q_{i0} + q_{it})}$$

Índices Complejo Ponderado de Precios

- Índice de Fisher. Es la media geométrica de los índices de Laspeyres y Paasche.

$$F_{p_0}^t = \sqrt{L_{p_0}^t P_{p_0}^t}$$

Números Índices Complejos de Precios

Índices Media Aritmética Ponderada

- Índice de Edgeworth. Ponderaciones $w_i = p_{i0}q_{i0} + p_{i0}q_{it} = p_{i0}(q_{i0} + q_{it})$

$$E_{p_0}^t = \frac{\sum_{i=1}^N I_0^t(i) w_i}{\sum_{i=1}^N w_i} = \frac{\sum_{i=1}^N \frac{p_{it}}{p_{i0}} p_{i0}(q_{i0} + q_{it})}{\sum_{i=1}^N p_{i0}(q_{i0} + q_{it})} = \frac{\sum_{i=1}^N p_{it}(q_{i0} + q_{it})}{\sum_{i=1}^N p_{i0}(q_{i0} + q_{it})}$$

Índices Complejo Ponderado de Precios

- Índice de Fisher. Es la media geométrica de los índices de Laspeyres y Paasche.

$$F_{p_0}^t = \sqrt{L_{p_0}^t P_{p_0}^t}$$

Números Índices Complejos de Precios

Qué Propiedades Satisfacen Estos Números Índices

1. Existencia. La cumplen los seis índices de precios.
2. Identidad. La verifican los seis índices de precios.
3. Inversión. Sólo la verifican $(B-D)^t_{p_0}$, $E^t_{p_0}$ y $F^t_{p_0}$.
4. Proporcionalidad. La verifican los seis índices de precios. Pero para $P^t_{p_0}$, $E^t_{p_0}$ y $F^t_{p_0}$ existen objeciones de tipo económico, ya que al variar los precios en cualqiuer proporción y que las cantidades q_{it} permanecan constantes es un supuesto dificil de mantener. Ésto sólo se podría aceptar si las cantidades son rígidas respecto del precio.
   Luego sólo $S^t_{p_0}$, $(B-D)^t_{p_0}$ y $L^t_{p_0}$ cumplen realmente esta propiedad.

Números Índices Complejos de Precios

Qué Propiedades Satisfacen Estos Números Índices

1. Existencia. La cumplen los seis índices de precios.
2. Identidad. La verifican los seis índices de precios.
3. Inversión. Sólo la verifican $(B-D)^t_{p_0}$, $E^t_{p_0}$ y $F^t_{p_0}$.
4. Proporcionalidad. La verifican los seis índices de precios. Pero para $P^t_{p_0}$, $E^t_{p_0}$ y $F^t_{p_0}$ existen objeciones de tipo económico, ya que al variar los precios en cualqiuer proporción y que las cantidades q_{it} permanecan constantes es un supuesto dificil de mantener. Ésto sólo se podría aceptar si las cantidades son rígidas respecto del precio.
   Luego sólo $S^t_{p_0}$, $(B-D)^t_{p_0}$ y $L^t_{p_0}$ cumplen realmente esta propiedad.

Números Índices Complejos de Cantidad o Producción

Sin Ponderar

- Índice de Sauerbeck Es la media aritmética sin ponderar de los índices simples de precios.

$$S_{q_0}^{t} = \frac{\sum_{i=1}^{N} \frac{q_{it}}{q_{i0}}}{N}$$

- Índice de Bradstreet-Dûtot Es la media agregativa sin ponderar de los precios.

$$(B-D)_{q_0}^{t} = \frac{\sum_{i=1}^{N} q_{it}}{\sum_{i=1}^{N} q_{i0}}$$

Números Índices Complejos de Cantidad o Producción

Sin Ponderar

- Índice de Sauerbeck Es la media aritmética sin ponderar de los índices simples de precios.

$$S_{q_0}^{t} = \frac{\sum_{i=1}^{N} \frac{q_{it}}{q_{i0}}}{N}$$

- Índice de Bradstreet-Dûtot Es la media agregativa sin ponderar de los precios.

$$(B-D)_{q_0}^{t} = \frac{\sum_{i=1}^{N} q_{it}}{\sum_{i=1}^{N} q_{i0}}$$

Números Índices Complejos Cuánticos o de Producción

Índices Media Aritmética Ponderada

- Índice de Laspeyres. Ponderaciones $w_i = q_{i0}p_{i0}$

$$L_{q_0}^t = \frac{\sum_{i=1}^{N} q_{it}p_{i0}}{\sum_{i=1}^{N} q_{i0}p_{i0}}$$

- Índice de Paasche. Ponderaciones $w_i = q_{i0}p_{it}$

$$P_{q_0}^t = \frac{\sum_{i=1}^{N} q_{it}p_{it}}{\sum_{i=1}^{N} q_{i0}p_{it}}$$

Números Índices Complejos Cuánticos o de Producción

Índices Media Aritmética Ponderada

- Índice de Laspeyres. Ponderaciones $w_i = q_{i0}p_{i0}$

$$L_{q_0}^t = \frac{\sum_{i=1}^{N} q_{it}p_{i0}}{\sum_{i=1}^{N} q_{i0}p_{i0}}$$

- Índice de Paasche. Ponderaciones $w_i = q_{i0}p_{it}$

$$P_{q_0}^t = \frac{\sum_{i=1}^{N} q_{it}p_{it}}{\sum_{i=1}^{N} q_{i0}p_{it}}$$

Números Índices Complejos Cuánticos o de Producción

Índices Media Aritmética Ponderada

- Índice de Edgeworth. Ponderaciones $w_i = q_{i0}p_{i0} + q_{i0}p_{it} = q_{i0}(p_{i0} + p_{it})$

$$E_{q_0}^t = \frac{\sum_{i=1}^{N} q_{it}(p_{i0} + p_{it})}{\sum_{i=1}^{N} q_{i0}(p_{i0} + p_{it})}$$

Números Índices Complejos Cuánticos o de Producción

Índices Media Aritmética Ponderada

- Índice de Edgeworth. Ponderaciones $w_i = q_{i0}p_{i0} + q_{i0}p_{it} = q_{i0}(p_{i0} + p_{it})$

$$E_{q_0}^t = \frac{\sum_{i=1}^{N} q_{it}(p_{i0} + p_{it})}{\sum_{i=1}^{N} q_{i0}(p_{i0} + p_{it})}$$

Índices Complejo Ponderado Cuánticos o de Producción

- Índice de Fisher. Es la media geométrica de los índices de Laspeyres y Paasche.

$$F_{q_0}^t = \sqrt{L_{q_0}^t P_{q_0}^t}$$

Números Índices Complejos Cuánticos o de Producción

Índices Media Aritmética Ponderada

- Índice de Edgeworth. Ponderaciones $w_i = q_{i0}p_{i0} + q_{i0}p_{it} = q_{i0}(p_{i0} + p_{it})$

$$E_{q_0}^t = \frac{\sum_{i=1}^{N} q_{it}(p_{i0} + p_{it})}{\sum_{i=1}^{N} q_{i0}(p_{i0} + p_{it})}$$

Índices Complejo Ponderado Cuánticos o de Producción

- Índice de Fisher. Es la media geométrica de los índices de Laspeyres y Paasche.

$$F_{q_0}^t = \sqrt{L_{q_0}^t P_{q_0}^t}$$

Cambio de Periodo Base. Renovación y Enclace

Cambio de Periodo Base

Problema

Al alejarnos del periodo base se puede perder representatividad en los índices y las ponderaciones.

Solución

Cambiar la base a un periodo más cercano al actual.

¿Cómo?

Nos basaremos en las propiedades circular y de inversión.

Cambio de Periodo Base. Renovación y Enclace

Cambio de Periodo Base

Problema

Al alejarnos del periodo base se puede perder representatividad en los índices y las ponderaciones.

Solución

Cambiar la base a un periodo más cercano al actual.

¿Cómo?

Nos basaremos en las propiedades circular y de inversión.

Cambio de Periodo Base. Renovación y Enclace

¿Cómo Cambiar del Periodo Base 0 al h?

Periodo	Índice
0	I_0^0
1	I_0^1
$\vdots$	$\vdots$
i	I_0^i
$\vdots$	$\vdots$
h	I_0^h
$\vdots$	$\vdots$
t	I_0^t

$\Rightarrow$

Periodo	Índice
0	$I_h^0 = \frac{I_0^0}{I_0^h}$
1	$I_h^1 = \frac{I_0^1}{I_0^h}$
$\vdots$	$\vdots$
i	$I_h^i = \frac{I_0^i}{I_0^h}$
$\vdots$	$\vdots$
h	$I_h^h = \frac{I_0^h}{I_0^h}$
$\vdots$	$\vdots$
t	$I_h^t = \frac{I_0^t}{I_0^h}$

Al indice I_0^h se le llama enlace técnico.

Cambio de Periodo Base. Renovación y Enclace

¿Cómo Cambiar del Periodo Base 0 al h?

Periodo	Índice
0	I_0^0
1	I_0^1
$\vdots$	$\vdots$
i	I_0^i
$\vdots$	$\vdots$
h	I_0^h
$\vdots$	$\vdots$
t	I_0^t

$\Rightarrow$

Periodo	Índice
0	$I_h^0 = \frac{I_0^0}{I_0^h}$
1	$I_h^1 = \frac{I_0^1}{I_0^h}$
$\vdots$	$\vdots$
i	$I_h^i = \frac{I_0^i}{I_0^h}$
$\vdots$	$\vdots$
h	$I_h^h = \frac{I_0^h}{I_0^h}$
$\vdots$	$\vdots$
t	$I_h^t = \frac{I_0^t}{I_0^h}$

Al indice I_0^h se le llama enlace técnico.

Deflactación de Series Económicas

- Precios corrientes. Son los precios del periodo considerado.
- Precios constantes. Son los precios de cada periodo.

Deflactación de Series Económicas

- Precios corrientes. Son los precios del periodo considerado.
- Precios constantes. Son los precios de cada periodo.

Como Comparar Precios de Distintos Periodos

Tenemos una serie expresada en euros corrientes y pretendemos comparar dos periodos distintos.

¿Cómo?

Tenemos que expresar la serie en euros constantes.

Deflactación de Series Económicas

- Precios corrientes. Son los precios del periodo considerado.
- Precios constantes. Son los precios de cada periodo.

Como Comparar Precios de Distintos Periodos

Tenemos una serie expresada en euros corrientes y pretendemos comparar dos periodos distintos.

¿Cómo?

Tenemos que expresar la serie en euros constantes.

Deflactación de Series Económicas

Deflactación

Periodos	Valor nominal (en euros corrientes)	Valor real en (en euros constantes del periodo 0)
0	$V_0 = \sum_i p_{i0} q_{i0}$	$V_0^R = \sum_i p_{i0} q_{i0}$
1	$V_1 = \sum_i p_{i1} q_{i1}$	$V_1^R = \sum_i p_{i0} q_{i1}$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
t	$V_t = \sum_i p_{it} q_{it}$	$V_t^R = \sum_i p_{i0} q_{it}$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
T	$V_T = \sum_i p_{iT} q_{iT}$	$V_T^R = \sum_i p_{i0} q_{iT}$

Deflactación de Series Económicas

Deflactación

Periodos	Valor nominal (en euros corrientes)	Valor real en (en euros constantes del periodo 0)
0	$V_0 = \sum_i p_{i0} q_{i0}$	$V_0^R = \sum_i p_{i0} q_{i0}$
1	$V_1 = \sum_i p_{i1} q_{i1}$	$V_1^R = \sum_i p_{i0} q_{i1}$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
t	$V_t = \sum_i p_{it} q_{it}$	$V_t^R = \sum_i p_{i0} q_{it}$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
T	$V_T = \sum_i p_{iT} q_{iT}$	$V_T^R = \sum_i p_{i0} q_{iT}$

Deflactación de Series Económicas

Deflactación

Para pasar una serie de euros corrientes a euros constantes hay que dividir por un indice de precios adecuado, para eliminar la influencia de los precios es decir

$$\frac{V_t}{I_{p_0}^t} = V_t^R$$

Al índice $I_{p_0}^t$ se le llama deflactor

Deflactación de Series Económicas

Deflactación

Para pasar una serie de euros corrientes a euros constantes hay que dividir por un indice de precios adecuado, para eliminar la influencia de los precios es decir

$$\frac{V_t}{I_{p_0}^t} = V_t^R$$

Al índice $I_{p_0}^t$ se le llama deflactor

Deflactación de Series Económicas

Elección del Deflactor

Supongamos que $V_t = \sum_{i=1}^{N} p_{it} q_{it}$. Utilicemos como deflactor $L_{p_0}^t$:

$$\frac{V_t}{L_{p_0}^t} = \frac{\sum_{i=1}^{N} p_{it} q_{it}}{\frac{\sum_{i=1}^{N} p_{it} q_{i0}}{\sum_{i=1}^{N} p_{i0} q_{i0}}} = \sum_{i=1}^{N} p_{i0} q_{i0} \frac{\sum_{i=1}^{N} p_{it} q_{it}}{\sum_{i=1}^{N} p_{it} q_{i0}} \neq V_t^R$$

Deflactación de Series Económicas

Elección del Deflactor

Supongamos que $V_t = \sum_{i=1}^{N} p_{it} q_{it}$. Utilicemos como deflactor $L_{p_0}^t$:

$$\frac{V_t}{L_{p_0}^t} = \frac{\sum_{i=1}^{N} p_{it} q_{it}}{\frac{\sum_{i=1}^{N} p_{it} q_{i0}}{\sum_{i=1}^{N} p_{i0} q_{i0}}} = \sum_{i=1}^{N} p_{i0} q_{i0} \frac{\sum_{i=1}^{N} p_{it} q_{it}}{\sum_{i=1}^{N} p_{it} q_{i0}} \neq V_t^R$$

Deflactación de Series Económicas

Elección del Deflactor

Sin embargo si utilizamos como como deflactor $P^t_{p_0}$:

$$\frac{V_t}{P^t_{p_0}} = \frac{\sum_{i=1}^{N} p_{it} q_{it}}{\frac{\sum_{i=1}^{N} p_{it} q_{it}}{\sum_{i=1}^{N} p_{i0} q_{it}}} = \sum_{i=1}^{N} p_{i0} q_{i0} = V_t^R$$

Deflactación de Series Económicas

Elección del Deflactor

Sin embargo si utilizamos como como deflactor $P_{p_0}^t$:

$$\frac{V_t}{P_{p_0}^t} = \frac{\sum_{i=1}^{N} p_{it} q_{it}}{\frac{\sum_{i=1}^{N} p_{it} q_{it}}{\sum_{i=1}^{N} p_{i0} q_{it}}} = \sum_{i=1}^{N} p_{i0} q_{i0} = V_t^R$$

$P_{p_0}^t$ es un deflactor más adecuado siempre que los valores se puedan descomponer como sumas de precios por cantidades.

Deflactación de Series Económicas

Elección del Deflactor

Sin embargo si utilizamos como como deflactor $P_{p_0}^t$:

$$\frac{V_t}{P_{p_0}^t} = \frac{\sum_{i=1}^{N} p_{it} q_{it}}{\frac{\sum_{i=1}^{N} p_{it} q_{it}}{\sum_{i=1}^{N} p_{i0} q_{it}}} = \sum_{i=1}^{N} p_{i0} q_{i0} = V_t^R$$

$P_{p_0}^t$ es un deflactor más adecuado siempre que los valores se puedan descomponer como sumas de precios por cantidades.

Deflactación de Series Económicas

Elección del Deflactor

La elección del deflactor es fundamental.

Serie	Deflactor
Producción Agraria	Índice de Precios Agrarios
PIB	Índice de Precios General
Producción de la Industria Metalúrgica	Índice de Precios Industriales

Deflactación de Series Económicas

Elección del Deflactor

La elección del deflactor es fundamental.

Serie	Deflactor
Producción Agraria	Índice de Precios Agrarios
PIB	Índice de Precios General
Producción de la Industria Metalúrgica	Índice de Precios Industriales

Variación, Participación y Repercusión

Variación

$$\Delta_{t'}^{t} I = I_0^t - I_0^{t'} = \frac{\sum_{i=1}^{N} I_0^t(i) w_i}{\sum_{i=1}^{N} w_i} - \frac{\sum_{i=1}^{N} I_0^{t'}(i) w_i}{\sum_{i=1}^{N} w_i} = \frac{\sum_{i=1}^{N} (I_0^t(i) - I_0^{t'}(i)) w_i}{\sum_{i=1}^{N} w_i}$$

Variación, Participación y Repercusión

Variación

$$\Delta_{t'}^{t} I = I_0^t - I_0^{t'} = \frac{\sum_{i=1}^{N} I_0^t(i) w_i}{\sum_{i=1}^{N} w_i} - \frac{\sum_{i=1}^{N} I_0^{t'}(i) w_i}{\sum_{i=1}^{N} w_i} = \frac{\sum_{i=1}^{N} (I_0^t(i) - I_0^{t'}(i)) w_i}{\sum_{i=1}^{N} w_i}$$

Variación Porcentual

$$\Delta_{t'}^{t} \% I = \frac{I_0^t - I_0^{t'}}{I_0^{t'}} = \frac{\sum_{i=1}^{N} (I_0^t(i) - I_0^{t'}(i)) w_i}{\sum_{i=1}^{N} I_0^{t'} w_i}$$

Variación, Participación y Repercusión

Variación

$$\Delta_{t'}^{t} I = I_0^t - I_0^{t'} = \frac{\sum_{i=1}^{N} I_0^t(i) w_i}{\sum_{i=1}^{N} w_i} - \frac{\sum_{i=1}^{N} I_0^{t'}(i) w_i}{\sum_{i=1}^{N} w_i} = \frac{\sum_{i=1}^{N} (I_0^t(i) - I_0^{t'}(i)) w_i}{\sum_{i=1}^{N} w_i}$$

Variación Porcentual

$$\Delta_{t'}^{t} \% I = \frac{I_0^t - I_0^{t'}}{I_0^{t'}} = \frac{\sum_{i=1}^{N} (I_0^t(i) - I_0^{t'}(i)) w_i}{\sum_{i=1}^{N} I_0^{t'} w_i}$$

Variación, Participación y Repercusión

Repercusión de un Bien en la Variación del Índice

$$R_i(I) = \frac{(I_0^t(i) - I_0^{t'}(i))w_i}{\sum_{i=1}^{N} w_i}$$

$$\sum_{i=1}^{N} R_i(I) = \Delta_{t'}^{t} I$$

Variación, Participación y Repercusión

Repercusión de un Bien en la Variación del Índice

$$R_i(I) = \frac{(I_0^t(i) - I_0^{t'}(i))w_i}{\sum_{i=1}^{N} w_i}$$

$$\sum_{i=1}^{N} R_i(I) = \Delta_{t'}^{t} I$$

Variación, Participación y Repercusión

Repercusión Porcentual de un Bien en la Variación del Índice

$$R_i\,\%(I) = \frac{(I_0^t(i) - I_0^{t'}(i))w_i}{\sum_{i=1}^{N} I_0^{t'} w_i}$$

$$\sum_{i=1}^{N} R_i\,\%(I) = \Delta_{t'}^{t}\,\%I$$

Variación, Participación y Repercusión

Repercusión Porcentual de un Bien en la Variación del Índice

$$R_i\,\%(I) = \frac{(I_0^t(i) - I_0^{t'}(i))w_i}{\sum_{i=1}^{N} I_0^{t'} w_i}$$

$$\sum_{i=1}^{N} R_i\,\%(I) = \Delta_{t'}^{t}\,\%I$$

Variación, Participación y Repercusión

Participación Porcentual de un Bien en la Variación del Índice

$$P_i\,\%(I) = \frac{R_i\,\%(I)}{\sum_{i=1}^{N} R_i\,\%(I)} = \frac{R_i\,\%(I)}{\Delta_{t'}^{t}\,\%I} = \frac{(I_0^t(i) - I_0^{t'}(i))w_i}{\sum_{i=1}^{N}(I_0^t(i) - I_0^{t'}(i))w_i}$$

Variación, Participación y Repercusión

Participación Porcentual de un Bien en la Variación del Índice

$$P_i\,\%(I) = \frac{R_i\,\%(I)}{\sum_{i=1}^{N} R_i\,\%(I)} = \frac{R_i\,\%(I)}{\Delta_{t'}^{t}\,\%I} = \frac{(I_0^t(i) - I_0^{t'}(i))w_i}{\sum_{i=1}^{N}(I_0^t(i) - I_0^{t'}(i))w_i}$$

El IPC y Otros Índices Elaborados en España

El IPC

El IPC tiene por objeto medir la evolución en el tiempo de los precios de un conjunto determinado de bienes y servicios, que componen la llamada cesta de la compra.

El IPC y Otros Índices Elaborados en España

El IPC

El IPC tiene por objeto medir la evolución en el tiempo de los precios de un conjunto determinado de bienes y servicios, que componen la llamada cesta de la compra.

El IPC

El IPC se forma uniendo las cestas de la compra correspondientes a sus regiones y zonas que tienen hábitos de consumo homogéneos.

El IPC y Otros Índices Elaborados en España

El IPC

El IPC tiene por objeto medir la evolución en el tiempo de los precios de un conjunto determinado de bienes y servicios, que componen la llamada cesta de la compra.

El IPC

El IPC se forma uniendo las cestas de la compra correspondientes a sus regiones y zonas que tienen hábitos de consumo homogéneos.

El IPC y Otros Índices Elaborados en España

Elaboración del IPC

- Elaboración de la cesta de la compra a través de Encuestas Continuas de Presupuestos Familiares (E.C.P.F.)
- La E.C.P.F. proporciona el conunto de bienes que las familias consumen de manera preferente y que les proporciona el mismo nivel de vida.
- Valorar las cantidades consumidas a precios del periodo base y del actual. Su cociente nos dará el IPC. Es decir el índice de precios utilizado es un índice de Laspeyres

$$L_{p_0}^{t} = \frac{\sum_{i=1}^{N} p_{it} q_{i0}}{\sum_{i=1}^{N} p_{i0} q_{i0}}$$

El IPC y Otros Índices Elaborados en España

Elaboración del IPC

- Elaboración de la cesta de la compra a través de Encuestas Continuas de Presupuestos Familiares (E.C.P.F.)
- La E.C.P.F. proporciona el conunto de bienes que las familias consumen de manera preferente y que les proporciona el mismo nivel de vida.
- Valorar las cantidades consumidas a precios del periodo base y del actual. Su cociente nos dará el IPC. Es decir el índice de precios utilizado es un índice de Laspeyres

$$L_{p_0}^{t} = \frac{\sum_{i=1}^{N} p_{it} q_{i0}}{\sum_{i=1}^{N} p_{i0} q_{i0}}$$

El IPC y Otros Índices Elaborados en España

El IPC

La estructura funcional del IPC consta de 12 grupos, 37 subgrupos, 80 clases y 117 subclases. Los 12 grupos son:

- Alimentos y bebidas no alcohólicas.
- Bebidas alcohólicas y tabaco.
- Vestido y Calzado.
- Vivienda.
- Menaje.
- Medicina.
- Transporte.
- Comunicciones.
- Ocio y cultura.
- Enseñanza.
- Hoteles, cafés y restaurantes.
- Otros bienes y servivios

http://www.ine.es/ipc01/coicop.htm

El IPC y Otros Índices Elaborados en España

El IPC

La estructura funcional del IPC consta de 12 grupos, 37 subgrupos, 80 clases y 117 subclases. Los 12 grupos son:

- Alimentos y bebidas no alcohólicas.
- Bebidas alcohólicas y tabaco.
- Vestido y Calzado.
- Vivienda.
- Menaje.
- Medicina.
- Transporte.
- Comunicciones.
- Ocio y cultura.
- Enseñanza.
- Hoteles, cafés y restaurantes.
- Otros bienes y servivios

http://www.ine.es/ipc01/coicop.htm

El IPC y Otros Índices Elaborados en España

Otros Índices Elaborados en España

- Índice de Producción Industrial. Son dos de periodicidad mensual. Uno de ellos recoge las variaciones de la oferta industrial en la mayoria de sus ramas y el otro las variaciones en los bienes de equipo.
- Índice de Precios Industriales. Miden la evolución de los precios de los bienes de equipo
- Índice de Comercio Exterior. Los índices tradicionalmente utilizados son los de Laspeyres y Paasche de precios y cantidades. También se elavoran índices como el Índice de Relaciones de Cambio

  $$\frac{P_p(X)}{P_p(M)}$$

  donde X es el volumen de exportaciones, M el de importaciones y P_p es el índice de precios de Paasche
- Índice de cotización de valores de bolsa. Tanto el Índice general de la bolsa de Madrid como el IBEX-35 tienen estructura de índice de Laspeyres.

El IPC y Otros Índices Elaborados en España

Otros Índices Elaborados en España

- Índice de Producción Industrial. Son dos de periodicidad mensual. Uno de ellos recoge las variaciones de la oferta industrial en la mayoria de sus ramas y el otro las variaciones en los bienes de equipo.
- Índice de Precios Industriales. Miden la evolución de los precios de los bienes de equipo
- Índice de Comercio Exterior. Los índices tradicionalmente utilizados son los de Laspeyres y Paasche de precios y cantidades. También se elavoran índices como el Índice de Relaciones de Cambio

  $$\frac{P_p(X)}{P_p(M)}$$

  donde X es el volumen de exportaciones, M el de importaciones y P_p es el índice de precios de Paasche
- Índice de cotización de valores de bolsa. Tanto el Índice general de la bolsa de Madrid como el IBEX-35 tienen estructura de índice de Laspeyres.

Bibliografía

Bobliografía

- FERNÁNDEZ CUESTA C. y FUENTES GARCÍA F., (1995), *Curso De Estadística Descriptiva*. Ed. Ariel Economía. pp. 455–502.
- GARCÍA CÓRDOBA J. A. , LÓPEZ HERNÁNDEZ F. A., PALACIOS SÁNCHEZ Mª Á. y RUIZ MARÍN, M. (2000), *Introducción a la Estadística para la Empresa*. Horacio Escarabajal Editores, pp 55–81.
- MARTÍN PLIEGO LÓPEZ, F.J. (2004), *Introdución a la Estadística Económica Y Empresarial*. Ed. Prentice Hall. pp. 375–446.
- MONTIEL A.M., RIUS F. y BARÓN F.J., (1997), *Elementos Básicos De Estadística Económica Y Empresarial*. Ed. Prentice Hall. pp. 187–218.
- PÉREZ SUÁREZ, R., (1993), *Análisis de datos económicos I. Métodos descriptivos*, Pirámide.
- SANZ J.A.; BEDATE, A.; RIVAS, A. y GONZÁLEZ, J., (1996), *Problemas De Estadística Descriptiva Empresarial*. Ed. Ariel Economía., pp. 359–412.
- SARABIA ALEGRÍA J.M., (1993), *Curso Práctico de Estadística*. Ed. Cívitas., pp. 91–110.
- URIEL E. y MUÑIZ M., (1988), *Estadística Económica Y Empresarial*, Ed. AC, pp. 129–202.