UNIVERSIDAD POLITÉCNICA DE CARTAGENA

Departamento de Métodos Cuantitativos e Informáticos

ESTADÍSTICA E INTRODUCCIÓN A LA ECONOMETRÍA. SEPTIEMBRE 2004. Examen Final.

1. (1,5 Puntos) Enunciar y Demostrar el Teorema de la Probabilidad Total. Demostrar que es cierta la siguiente igualdad:

$$P(A|\overline{B}) = \frac{P(A) - P(A \cap B)}{1 - P(B)}$$

2. (1 Punto) Definir la covarianza entre dos variables aleatorias, interpretar su signo y enumerar sus propiedades.

3. (2,5 Puntos) Para estudiar la relación entre los ingresos anuales de las unidades familiares de una región, en cientos de miles de Pesetas, X, y sus gastos en vacaciones estivales, Y, en miles de pesetas, se ha tomado una muestra aleatoria de 30 familias obteniendo los siguientes resultados:

$$\sum_{i=1}^{n} X_i = 826{,}57\,; \sum_{i=1}^{n} Y_i = 5487{,}03\,; \sum_{i=1}^{n} X_i^2 = 26118{,}7\,; \sum_{i=1}^{n} Y_i^2 = 1034720\,; \sum_{i=1}^{n} X_i Y_i = 159996$$

a) Calcular en coeficiente de variación de Pearson de las dos variables.
b) Ajustar a un modelo lineal que explique el gasto estival en función de los ingresos anuales de las familias.
c) ¿Es adecuado el ajuste obtenido?
d) ¿Qué predicción de gasto haremos para una familia con ingresos de 3,5 y 4 cuatro millones?

4. (2,5 Puntos) La dimensión principal de una pieza de ordenador es una variable aleatoria X con función de densidad:

$$f(x) = \begin{cases} k(x-1)(3-x) & \text{si} \quad 1 < x < 3 \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

a) Calcular k para que f sea función de densidad.
b) Calcular la media, mediana, moda y varianza de la dimensión principal.
c) Si una pieza se considera válida cuando está comprendida entre 1,8 y 2,1. ¿cuál es la probabilidad de que la pieza sea útil?
d) Si las piezas se empaquetan en lotes de 5 y se aceptan lotes si contienen menos de 2 piezas defectuosas. ¿Cuál es la probabilidad de que un lote sea rechazado?

5. (2,5 Puntos) Los salarios mensuales de dos trabajadores de dos sectores económicos A y B se distribuyen independientemente según las siguientes leyes de probabilidad:

Salarios del sector A (X): N(125; 30)   Salarios del sector B (Y): N(125,60)

a) Determinar la proporción de trabajadores del sector A con salario inferior a 100.
b) Determinar el salario máximo que cobra un individuo que pertenece al grupo del 25% de los peor pagados en el sector B.

Si se toman muestras independientes de tamaño 100 en el sector A y de tamaño 90 en el Sector B determínese:

c) Distribución de probabilidad de $\overline{X} - \overline{Y}$ y la probabilidad $P(\overline{X} - \overline{Y} < -10)$

d) Suponiendo ahora que las muestras se toman del sector A son de tamaño 28, calcular $P(S^2_x > 1.180{,}96)$