



ESTADÍSTICA E INTRODUCCIÓN A LA ECONOMETRÍA.

Segundo Parcial. Julio 2006

1. (1 Punto) Obtener la esperanza matemática de la varianza muestral. En una muestra aleatoria de tamaño 3 en poblaciones  $N(2,5)$ . Determinar la probabilidad de que la varianza muestral sea superior a 30.

2. (1,5 Puntos) Enuncia las propiedades de los estimadores. Consideremos una muestra aleatoria simple de tamaño 4,  $(X_1, X_2, X_3, X_4)$ , de una distribución  $N(\mu, \sigma)$ , a partir de la cual se desea estimar la media. Para ello se consideran los siguientes estimadores:

$$T_1 = \frac{X_1 + X_2 + X_3 + X_4}{4} \quad \text{y} \quad T_2 = \frac{X_1}{2} + \frac{X_2}{4} + \frac{X_3 + X_4}{8}$$

Probar que son insesgados y calcular su varianza.

3. (2,5 Puntos) Una cadena de comida rápida ofrece dos menús al precio de 8 y 10 euros, respectivamente. El coste para la cadena de dichos menús es de 3 y 5 euros, respectivamente, y los deterioros de productos le suponen un coste adicional de 9 euros por hora. Los números de pedidos por hora de los dos menús siguen distribuciones normales independientes, de medias 10 y 20, y varianzas 4 y 16, respectivamente.

a) Determinar los valores de a y b tales que se cumpla  $P(I > a) = P(C < b) = 0,75$ . Donde I son los ingresos y C los costes.

b) Se cumplen los objetivos empresariales si los ingresos por hora duplican, al menos, a los gastos por hora. Calcular la probabilidad de que eso ocurra.

c) Calcular la probabilidad de que, en una jornada de 10 horas, se cumplan los objetivos empresariales durante tres horas o más.

4. (2,5 Puntos) Sea X una variable aleatoria con función de densidad:

$$f(x, \theta) = \begin{cases} \frac{\theta}{x^{\theta+1}} & x \geq 1 \\ 0 & \text{resto} \end{cases}$$

a) Determinar la esperanza matemática y varianza de la variable.

b) Hallar el estimador máximo verosímil de  $\theta$  para una muestra de tamaño n.

5. (2,5 Puntos) Se está realizando una investigación para determinar de qué manera afecta la administración de una hormona del crecimiento a la ganancia de peso de unos animales. Se anotaron las ganancias de peso para un grupo de control de 6 animales y para otro grupo de 6 animales a los que se le administró dicha hormona, observándose unas ganancias medias de peso de 41,8 y 60,8 gramos respectivamente. Supuesto que las poblaciones son normales con desviaciones típicas  $\sigma_x = 16,4$  gr. y  $\sigma_y = 7,6$  gr. para los animales tratados y no tratados respectivamente:

a) Aceptaría la hipótesis de que la ganancia de peso de los animales tratados es de 80 grs con un nivel de significación del 5%.

b) Obtener el intervalo de confianza al 95% para la diferencia de las ganancias medias de peso.