



## REGRESIÓN Y CORRELACIÓN

1.- Hay interés en conocer qué tipo de relación existe entre el número medio de horas diarias dedicadas al estudio por 10 alumnos universitarios y la nota que obtienen al final del curso. La información obtenida fue la siguiente:

Nº medio horas de estudio: 3 4 3 5 6 7 5 8 8 10

Nota final: 2 3 3 6 7 7 6 7 8 8.

Obtener la recta de regresión de  $Y$ =Nota final sobre  $X$ =Número medio horas de estudio.

2. Los siguientes datos corresponden a las horas de trabajo semanales ( $X$ ) y el índice medio de productividad ( $Y$ ) por hora de una muestra de 6 trabajadores de una determinada empresa.

X	20	25	30	35	40	45
Y	9	8	6	6	5	3

- ¿Será aceptable un ajuste lineal de los datos? ¿Por qué?
- ¿Cuál será el índice medio de productividad esperado para una persona que trabaje 28 horas semanales?
- ¿Cuál será el número de horas de trabajo para que el índice de productividad sea nulo?

3. Un hotel dispone de 5 tipos de habitaciones a diferentes precios (en euros). La demanda media de dichas habitaciones en los últimos años ha sido:

Precio Habitación 105 87 72 51 42

Demanda Habitación 250 850 1300 1400 1100

- ¿Qué grado de relación existe entre la demanda y el precio de cada habitación?
- Calcula y representa la recta de regresión.
- Para el siguiente año se piensa abrir habitaciones a un precio de 125 euros, ¿cuál será el número esperado de clientes que demande estas habitaciones?
- ¿Cuál será el precio máximo a partir del cual ningún cliente solicitará una habitación?

4. En dos pruebas ( $X, Y$ ) realizadas a los directivos de una multinacional se obtuvieron los siguientes resultados:

$$\bar{X} = 4 ; \bar{Y} = 6 ; S_X^2 = 1,44 ; S_Y^2 = 2,25 ; S_{XY} = 1,62$$

- Calcular el coeficiente de correlación lineal y comentar si será adecuado un ajuste lineal de los datos.
- Obtener las rectas de regresión.
- ¿Qué puntuación se espera de una persona en la primera prueba si en la segunda obtuvo un 8?

5. El volumen de importaciones y producción, expresado en millones, de una empresa durante los últimos seis años viene dado por la siguiente tabla:

Importaciones 22 33 45 50 65 67

Producción 105 120 125 130 140 154

- Calcular  $S_{XY}$  :
- Obtener el coeficiente de correlación lineal e interpretar el resultado.
- Obtener la recta de regresión de  $Y$  sobre  $X$ .



## REGRESIÓN Y CORRELACIÓN

d) Si el próximo año se piensa importar por valor de 70 millones de pesetas, ¿cuál será la producción esperada?

6. De una distribución bidimensional se conocen las rectas de regresión:

$$X|Y: 4X = Y + 10$$

$$Y|X: 4Y = X + 5$$

- a) ¿Es posible conocer el centro de gravedad de la distribución?  
b) ¿Cuál es el coeficiente de correlación lineal?, ¿Es bueno el ajuste?

7.- Se ha estudiado un grupo empresarial formado por siete empresas en función de las variables producción (P, en miles de toneladas) y empleo (E, en cientos de trabajadores). Los resultados obtenidos fueron:

$$\sum_{i=1}^n p_i = 63,55 ; \sum_{i=1}^n e_i = 46,71 ; \sum_{i=1}^n p_i e_i = 5.361,06$$

$$\sum_{i=1}^n (p_i - \bar{p})^2 = 14.654,78 ; \sum_{i=1}^n (e_i - \bar{e})^2 = 1.976,23$$

- a) Determinar la recta de regresión  $P = a + b E$ .  
b) Calcular el coeficiente de correlación lineal.

8. Dada la distribución (X;Y) se conocen los siguientes datos:

$$\bar{X} = \frac{2}{3} ; S_x^2 = \frac{1}{18} ; S_y^2 = \frac{1}{72}$$

Si en la recta de regresión  $Y=a+bX$  resulta que  $a=0$  y  $b=1/4$ .

- a) Calcular el coeficiente de correlación lineal (r)  
b) Determinar la varianza residual.  
c) Obtener el valor medio de Y.  
d) Obtener la recta de regresión  $X=c+dY$   
e) Realizar una predicción para  $X = 0,2$  ¿El resultado es fiable?

9.- Un establecimiento comercial ha observado durante una semana (seis días) las cantidades vendidas de un determinado producto en kilogramos (Q) y el precio correspondiente en ptas/Km (P), obteniendo los siguientes resultados:

$$\sum_{i=1}^n q_i = 24 \quad \sum_{i=1}^n p_i q_i = 323 \quad \sum_{i=1}^n q_i^2 = 104 \quad \sum_{i=1}^n p_i = 84 \quad \sum_{i=1}^n p_i^2 = 1.220$$

- a) Determinar la relación lineal entre precio y cantidad.  
b) Según los resultados del apartado anterior ¿cuántos Kgr se venderían si el precio fuera de 10 ptas/Kgr?

10.- Indicar en cuáles de los siguientes datos que a continuación se relacionan los resultados que se ofrecen son o no compatibles:

a)  $r = -0,3$        $Y=5+4X$



REGRESIÓN Y CORRELACIÓN

- b) La covarianza vale cien, la desviación típica de X es 5, la varianza de Y es 400 y la varianza residual vale cero.
- c)  $Y=8+5X$     $X=9+Y/5$     $r = 0,2$
- d)  $Y=4+X/2$     $X=4+Y$  con la media de X igual a 16 y la de Y 12.

11. Un alumno conteste en un examen que las rectas de regresión ajustadas a una determinada distribución son:

$X|Y: X = 2Y - 1$

$Y|X: 3- 3Y = 3X$

¿Por qué se sabe que cometió algún error?

12. En el ajuste lineal a una distribución se sabe que la media de X es 2 y la de Y es 1 con  $r = 0$  ¿Cuáles son las rectas de regresión? Representarlas.

13.- Los siguientes datos corresponde al nivel de renta mensual (R) y al consumo de pescado congelado (C) para un conjunto de 5 familias.

Renta	60	100	140	200	220
Consumo	20	16	10	5	2

Ajustar el modelo  $C = a + b / R$ . Determinar la calidad del modelo.

14.- Los siguientes datos representan la población de hecho española en los diversos años de este siglo:

T (años):	0	60	70	75	81	86
P (mill):	18	30	33	36	37	38

Ajústese estos datos a un modelo simple de crecimiento de la población  $P = a e^{bt}$ . Determinar la calidad del modelo.

15. Cinco empresas que realizan operaciones de importación-exportación arrojan los datos siguientes relativos a las variables: Y="Beneficios" (en millones de euros); X<sub>1</sub>="Número de países con los que trabajan"; X<sub>2</sub>="Número de importaciones o exportaciones realizadas" (en cientos)

Y	X <sub>1</sub>	X <sub>2</sub>
37	6	70
38	5	115
41	7	100
42	9	85
42	8	130

- a) Calcular un ajuste lineal mínimo cuadrático que explique el beneficio en función del número de países con los que se trabaja y del número de importaciones o exportaciones realizadas.
- b) Estudiar la bondad del ajuste.
- c) Otra empresa dedicada a la importación exportación trabaja con doce países y realiza trece mil setecientos cincuenta operaciones, ¿cuál será el beneficio que podemos esperar? ¿Es fiable?
- d) Obtener los coeficientes de correlación lineal total y parcial.



## REGRESIÓN Y CORRELACIÓN

16.- Consideremos LA función de producción de Cobb-Douglas  $Y = a L^b K^c$  donde L representa la cantidad de trabajo y K el stock de capital. Determinar los parámetros a,b,c, que por el método de los mínimos cuadrados mejor determinan esta ecuación en función de la siguiente información:

L	1	2	3	4	5
K	100	300	800	900	1100
Y	8	79	301	723	1448