



Variable Compleja & Transformadas (Matemáticas II)
Departamento de Matemática Aplicada y Estadística

E.T.S. Ingeniería Industrial ▷ UPCT
Grado en Ingeniería Electrónica Industrial y Automática

Práctica 5. La transformada de Laplace

1. Comandos utilizados

<pre>diary('sesion5') diary off syms t z F=laplace(f,t,z) f=ilaplace(F,z,t) simplify(g) pretty(g) solve('ec1',..., 'ecN', 'x1,..., xN') subs(E(a), a, x) heaviside(t) dirac(t)</pre>	<p>En el archivo <code>sesion5.m</code> se guarda la práctica. Ordena el cierre de la sesión. Define las variables simbólicas t y z. Calcula simbólicamente la transformada de Laplace de $f(t)$ como $F(z)$. Calcula simbólicamente la transformada inversa de Laplace de $F(z)$ como $f(t)$. Simplifica la expresión simbólica dada mediante g. Muestra la expresión simbólica g en la escritura usual. Resuelve simbólicamente el sistema de N ecuaciones en las incógnitas x_1, \dots, x_N. Sustituye en la expresión $E(a)$ la variable a por el número o vector x. Define simbólicamente la función de Heaviside. Define simbólicamente la distribución delta de Dirac.</p>
--	--

2. Ejercicios

♣ **Ejercicio 1:** Calcula la transformada de Laplace de las funciones $f_1(t) = 1$ y $f_2(t) = \exp(-at)$.

♣ **Ejercicio 2:** Calcula la transformada inversa de Laplace de la función $F(z) = \frac{z+5}{z^2}$.

♣ **Ejercicio 3:** Calcula la transformada de Laplace de la función definida a trozos

$$f(t) = \begin{cases} 3 & 0 \leq t \leq 1, \\ 3t^2 & 1 < t \leq 3, \\ \cos(2t) & t > 3. \end{cases}$$

Representa gráficamente (de manera discreta) $f(t)$ en el intervalo $[0, 9]$.

♣ **Ejercicio 4:** Resuelve el siguiente problema de valores iniciales y representa gráficamente la solución: $y''(t) + 3y'(t) + 2y(t) = \exp(-t)$, $y(0) = 4$, $y'(0) = 5$. Denota $Y(z) = \mathcal{L}(y(t))(z)$.

3. Ejercicios propuestos

◀ **Ejercicio:** Calcula la transformada de Laplace de las función

$$f(t) = -1.25 + 3.5t \exp(-2t) + 1.25 \exp(-2t).$$

Muestra el resultado de forma simplificada y en la escritura usual.

◀ **Ejercicio:** Calcula la transformada inversa de Laplace de la función $F(z) = \frac{z+4}{5z^2+7z+2}$. Obtenga la solución en la escritura usual.

◀ **Ejercicio:** Calcula la transformada de Laplace de la función definida a trozos

$$f(t) = \begin{cases} 1 & 0 \leq t \leq 1, \\ t^3 & 1 < t \leq 4, \\ \text{sen}(2t) & t > 4. \end{cases}$$

Representa gráficamente (de manera discreta) $f(t)$ en el intervalo $[0, 12]$.

◀ **Ejercicio:** Resuelve el siguiente problema de valores iniciales y representa gráficamente la solución: $y''(t) + y'(t) + y(t) = t^2$, $y(0) = 0$, $y'(0) = 0$. Denota $Y(z) = \mathcal{L}(y(t))(z)$

◀ **Ejercicio:** Resuelve el siguiente problema de valores iniciales y representa gráficamente la solución: $y''(t) + 3y'(t) + 2y(t) = u(t)$, $y(0) = 2$, $y'(0) = 3$. La función $u(t)$ es la siguiente:

$$u(t) = \begin{cases} 1 & 0 \leq t < 3 \\ t - 2 & 3 \leq t < 6 \\ 2 & t \geq 6. \end{cases}$$

Denota $Y(z) = \mathcal{L}(y(t))(z)$.

Nota: Es importante cerrar la sesión.