



Ejercicios del tema 1

Operaciones con números complejos

- Si $z_1 = 2 + i$, $z_2 = 3 - 2i$ y $z_3 = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$, calcule
 - $|3z_1 - 4z_2|$.
 - $z_1^3 - 3z_1^2 + 4z_1 - 8$.
 - \bar{z}_3^4 .
 - $\left| \frac{2z_2 + z_1 - 5 - i}{2z_1 - z_2 + 3 - i} \right|^2$.
- Efectúe las siguientes operaciones:
 - $\frac{(2 + i)(3 - 2i)(1 + 2i)}{(1 - i)^2}$.
 - $\frac{i^4 + i^9 + i^{16}}{2 - i^5 + i^{10} - i^{15}}$.
 - $3 \left(\frac{1 + i}{1 - i} \right)^2 - 2 \left(\frac{1 - i}{1 + i} \right)^3$.
- Expresar en forma polar, trigonométrica y exponencial los siguientes números:
 - $z_1 = 2 + 2\sqrt{3}i$.
 - $z_2 = -5 + 5i$.
 - $z_3 = -\sqrt{6} - \sqrt{2}i$.
 - $z_4 = -3i$.
- Sean z y w dos números complejos. Calcule todos los valores reales de a y b de manera que $z = w$.
 - $z = (a + 3) + (b + 2)i$ y $w = (b - 3) + (2 - a)i$.
 - $z = (a^2 + 2ab) + (b - 1)i$ y $w = (a^2 - 2a + 2b) - (a + b)i$.
- Calcule los siguientes números y escriba el resultado en forma binómica.
 - $(1 - i)^{30}$
 - $\left(\frac{3}{2} + \frac{3\sqrt{3}}{2}i\right)^{18}$.



6. Mediante la fórmula de deMoivre exprese $\sin(2x)$ y $\cos(2x)$ en términos de $\sin(x)$ y $\cos(x)$ y también haga lo mismo para $\sin(3x)$ y $\cos(3x)$.
7. Se considera $a \in \mathbb{R}$ con $a^2 < 1$. Compruebe que las dos soluciones de cada ecuación polinómica pertenecen a la circunferencia unidad.
- (a) $z^2 + 2iaz - 1 = 0$.
 - (b) $z^2 + 2az + 1 = 0$.
8. Calcule todas las soluciones de
- (a) $z^3 + z^2 + z + 1 = 0$.
 - (b) $z^3 - 1 = 0$.
 - (c) $z^4 - 1 = 0$.
 - (d) $z^4 - (1 + i) = 0$.