Tema 1: Introducción a los sistemas de transmisión en línea

Sistemas de Telecomunicación
3º Ingeniería Técnica de Telecomunicación. Especialidad Telemática.

Profesor: Juan José Alcaraz Espín

Tema 1. Introducción a los sistemas de transmisión en línea

Contenidos:

- Objetivos
- Bibliografía
- Representaciones logarítmicas
- Distorsión
- Diafonía
- Ruido
- Líneas de transmisión metálicas

Tema 1. Objetivos.

- Familiarizarse con las unidades logarítmicas características del diseño de sistemas de telecomunicación
- Entender las perturbaciones que afectan la integridad de la señal al atravesar medio de transmisión
- Conocer los parámetros que describen el ruido en un sistema de comunicaciones
- Conocer las características de los medios de transmisión por línea más habituales
- Aplicar los conocimientos teóricos en ejemplos prácticos

Tema 1. Bibliografía.

- Telecommunications Transmission Handbook. R. L. Freeman. Wiley & Interscience, (1988)
- Transmisión por línea y redes. Vol. 1. José M. Hernando Rábanos. Servicio de Publicaciones UPM.
- Telecommunication System Engineering. Roger L. Freeman. John Wiley & Sons.
- Planificación de Sistemas de Telecomunicación: Problemas. Servicio Publicaciones UPV.
- Reference Manual for Telecommunications Engineering. Vol.1. Roger L. Freeman. Ed. John Wiley & Sons.
- Ingenieria de Sistemas de Telecomunicaciones. Roger L. Freeman. Ed. Limusa.
- Communication systems. A.B. Carlson, McGraw-Hill (1988)

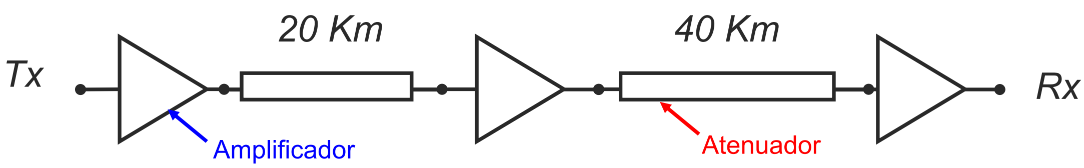
Tema 1. Introducción a los sistemas de transmisión en línea

Contenidos:

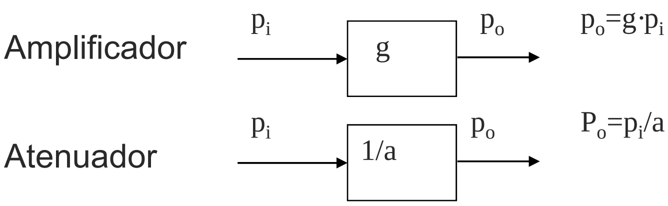
- Objetivos
- Bibliografía
- **Representaciones logarítmicas**
- Distorsión
- Diafonía
- Ruido
- Líneas de transmisión metálicas

Representaciones logarítmicas

- Campo Telecomunicaciones, señales con gran rango dinámico (de decenas de vatios a picovatios)
- Ejemplo: Comunicaciones Móviles o satelitales.



- Dispositivos que amplifican o atenúan las señales (cuadripolos)



- ¿Algún operador que facilite los cálculos y la representación?

$$\log_n$$

Representaciones logarítimicas

¿Qué son las representaciones logarítmicas?

$$K \cdot \log_n \frac{x_2}{x_1}$$

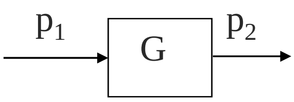
- n es la base de los logaritmos. Los valores habituales son 10 y e
- K es un factor de proporcionalidad (K = 10 ó 20 para $\log_{10}$, 1 para Ln)
- x_1 y x_2 son los valores de la magnitud física a la que se le aplica la indicación logarítmica.
  - **x_1 es el valor de referencia.**
  - **x_1 hace referencia al mismo tipo de magnitud física y está en las mismas unidades que x_2**

- Se emplean en telecomunicaciones por motivos prácticos: convierten los productos y cocientes en sumas y restas. Las magnitudes son más manejables.

El decibelio

- Cuando en la expresión anterior la magnitud física es potencia y el factor de proporcionalidad es 10, tenemos la definición de decibelio.

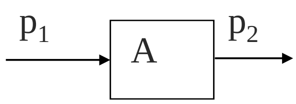
$$G(dB) = 10 \cdot \log_{10} \frac{p_2}{p_1} = 10 \cdot \log_{10} g \quad \Rightarrow \quad g = 10^{\frac{G(dB)}{10}}$$



$p_2 > p_1$ G>0 Amplifica: Ganancia positiva

$p_2 < p_1$ G<0 Atenúa: Ganancia negativa

$p_2 = p_1$ G=0

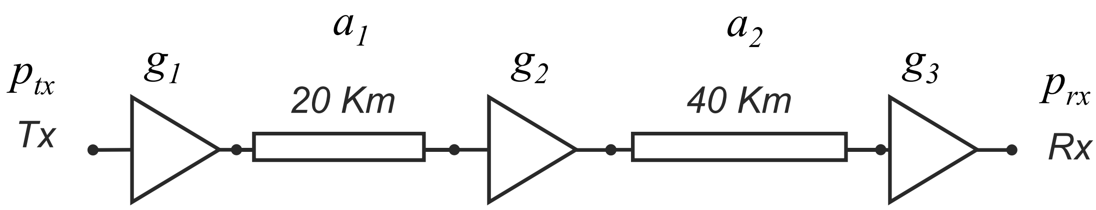


atenuación A = –G $\qquad a = 10^{\frac{A(dB)}{10}}$

p_2/p_1	dB
1000	30
100	20
10	10
1	0
0,1	-10
0,01	-20
0,001	-30

$$p_2 = p_1 \cdot g = p_1 \cdot 10^{\frac{G(dB)}{10}} \qquad p_2 = p_1 \cdot \frac{1}{a} = p_1 \cdot 10^{\frac{-A(dB)}{10}}$$

Representaciones logarítmicas



En unidades lineales:

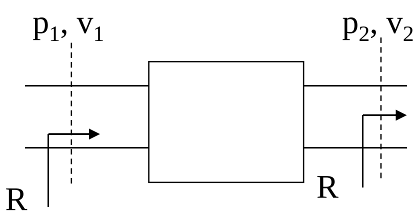
$$p_{rx} = p_{tx} \cdot g_1 \cdot \frac{1}{a_1} \cdot g_2 \cdot \frac{1}{a_2} \cdot g_3 = g_T \cdot p_{tx}$$

En unidades logarítmicas:

$$P_{rx} = P_{tx} + G_1 - A_1 + G_2 - A_2 + G_3 = P_{tx} + G_T$$

El decibelio

¿Cómo aplicamos los decibelios a unidades de voltaje ó corriente?



Si suponemos que p_1 y p_2 son dos potencias desarrolladas sobre la misma resistencia R, por dos tensiones de valor eficaz v_1 y v_2 se obtiene:

$$10 \cdot \log \frac{p_2}{p_1} = 10 \cdot \log \frac{v_2^2 / R}{v_1^2 / R} = 20 \cdot \log \frac{v_2}{v_1}$$

La relación entre magnitudes entre dos puntos puede darse en tensiones (ó corrientes) con un factor K = 20

El decibelio

Algunos trucos para trabajar con decibelios:

Duplicar el nivel de potencia equivale a sumar 3 dB

$$10 \cdot \log \frac{p_2}{p_1} = 10 \log \frac{2 p_1}{p_1} = 10 \log 2 = 3(dB)$$

Multiplicar por 10 la potencia equivale a sumar 10 dB

$$10 \cdot \log \frac{p_2}{p_1} = 10 \log \frac{10 p_1}{p_1} = 10 \log 10 = 10(dB)$$

Duplicar el nivel de tensión equivale a sumar 6 dB

$$10 \cdot \log_{10} \frac{p_2}{p_1} = 20 \log_{10} \frac{2 v_1}{v_1} = 20 \log_{10} 2 = 6(dB)$$

El neper

Una medida en nepers (N) se define como

$$G(N) = \ln \frac{v_2}{v_1} \qquad \text{ó bien} \qquad G(N) = \frac{1}{2} \ln \frac{p_2}{p_1}$$

Suponiendo resistencias iguales en los puntos 1 y 2:

$$G(N) = \ln \frac{v_2}{v_1} \Rightarrow e^{G(N)} = \frac{v_2}{v_1} \Rightarrow G(N) \log e = \log \frac{v_2}{v_1}$$

$$20 \log \left(\frac{v_2}{v_1} \right) = (20 \log e) G(N) \Rightarrow G(dB) = 8{,}7 \cdot G(N)$$

De lo que se deduce que una medida G dada en dB, G(dB) = 8,7 · G(N)

Y también G(N) = 0,115 · G(dB)

Niveles absolutos

Niveles absolutos: Cuando en el cociente entre magnitudes, x_2 es el valor de una magnitud en un punto y x_1 es un valor de referencia de dicha magnitud, expresándose ambas en las mismas unidades físicas.

$$L = k \cdot \log \frac{x_2}{x_1} (dBx)$$ → Nivel absoluto de x_2

Se expresa en dBx siendo x la unidad de referencia empleada

Niveles absolutos: El dBm

El **dBm**: La potencia de referencia es p_1 = 1 mW, luego el nivel L(dBm) asociado a una potencia p(mW) será:

$$P(dBm) = 10 \log \frac{p(mW)}{1\,mW} \Rightarrow p(mW) = 10^{\frac{P(dBm)}{10}}$$

Es una magnitud muy empleada en transmisión en línea ya que el mW es un orden de magnitud muy acorde con los valores de potencias de señales manejados en esta aplicación.

- **Ejemplo**: ¿Cuántos dBm son 20W?

$$L(dBm) = 10 \log_{10} \frac{20W}{1mW} = 10 \log_{10} \frac{20x10^3 mW}{1mW} = 43dBm$$

Niveles absolutos: El dBW

El **dBW**: La potencia de referencia es p_1 = 1 W, luego el nivel L(dBW) asociado a una potencia p(W) será:

$$L(dBW) = 10\log_{10} p(W)$$

Ejemplo: ¿Cuántos dBW son 20W?

$$L(dBm) = 10\log_{10}\frac{20W}{1W} = 13dBW$$

Paso de dBW a dBm: $L(dBW) = L\left(dBm\right) - 30dB$

Magnitud	Referencia	Nivel Absoluto	Espresión
Potencia Electrica, P	1 mW	L (dBm)	L = 10 log P (mW)
	1 W	L (dBW)	L = 10 log P (W)
Tensión Eléctrica, V	1 mV	L (dBmV)	L = 20 log V (mV)
	1 μV	L (dBμV)	L = 20 log V (μV)

Niveles absolutos: Ejemplo.

¿Cómo pasamos de dBμV a dBm?

Ejemplo: ¿Cuántos dBm son 3 dBμV?

Es necesario conocer la Impedancia

Por ejemplo, en una ICT, la impedancia es de 75 Ω

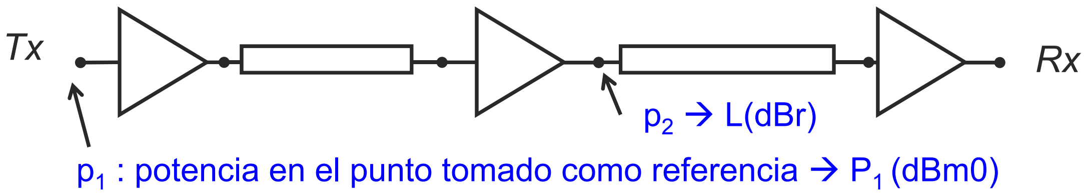
Solución:

$$v(\mu V) = 10^{\frac{3}{20}} = 1{,}4125\ \mu V \qquad p(W) = \frac{\left(1{,}4125\cdot 10^{-6} V\right)^2}{75\Omega} = 2{,}66\cdot 10^{-14}\ W$$

$$P(dBm) = 10\log\left(2{,}66\cdot 10^{-14}\cdot 10^{3} mW\right) = -105{,}75\ dBm$$

Niveles relativos

Nivel relativo en un punto: $L = 10 \cdot \log \frac{p_2}{p_1} (dBr)$



Por definición el nivel relativo del punto de referencia es 0 dBr → punto de nivel relativo cero.

dBm0: El nivel absoluto de la señal en el punto de nivel relativo cero.

El nivel absoluto (La) de una señal en un punto de nivel relativo Lr(dBr) es:
La (dBm) = L (dBm0) + Lr(dBr) → **dBm = dBm0 + dBr**

Niveles Relativos: Ejemplo 1

En un sistema el tono de prueba se transmite a -12 dBm0 ¿Cuáles serán el nivel absoluto y la potencia en un punto de nivel relativo 3 dBr?

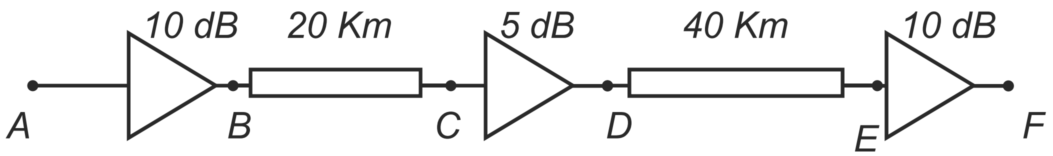
Teniendo en cuenta que dBm = dBm0 + dBr
L(dBm) = -12 dBm0 + 3 = -9 dBm

La potencia correspondiente será:

$$P(mW) = 10^{\frac{-9}{10}} = 0{,}126 mW$$

Niveles Relativos: Ejemplo 2

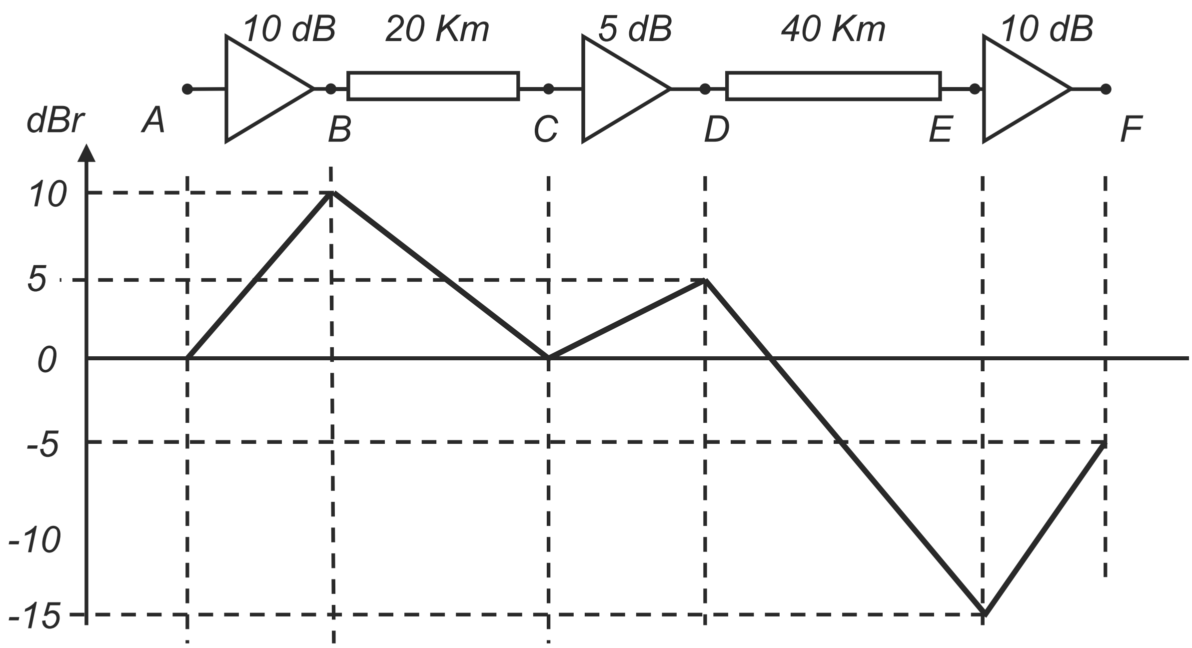
Se tiene el circuito telefónico de baja frecuencia de la figura constituido por tres amplificadores de ganancias 10, 5 y 10 dB y dos tramos de cable de 20 y 40 Km, cuya atenuación a 800 Hz es 0,5 dB/Km



a) Considerando A como el punto de referencia, indicar en una gráfica el nivel en dBr de B,C,D,E y F
b) Si se aplica un tono de prueba de 800 Hz a -5dBm0, obtener los niveles absolutos en B,C,D,E y F

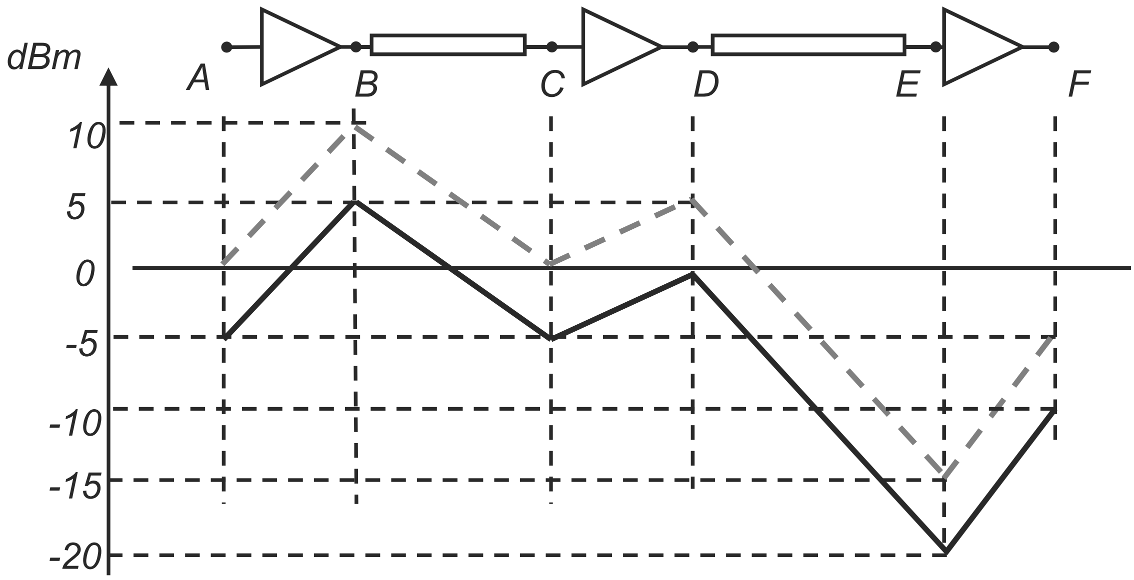
Niveles Relativos: Ejemplo 3

a) Considerando A como punto de referencia, indicar el nivel en dBr de B,C,D,E y F



Niveles Relativos: Ejemplo 3

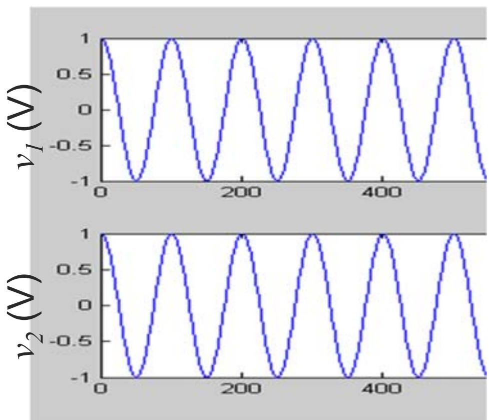
b) Si se aplica un tono de prueba de 800 Hz a -5dBm, obtener los niveles absolutos en B,C,D,E y F. → $N_{dBm} = N_{dBm0} + N_{dBmr}$



Aditividad de señales

coherentes

$$\left.\begin{matrix}\cos(\omega_0 t)\\ \cos(\omega_0 t)\end{matrix}\right\} + = 2\cos(\omega_0 t)$$

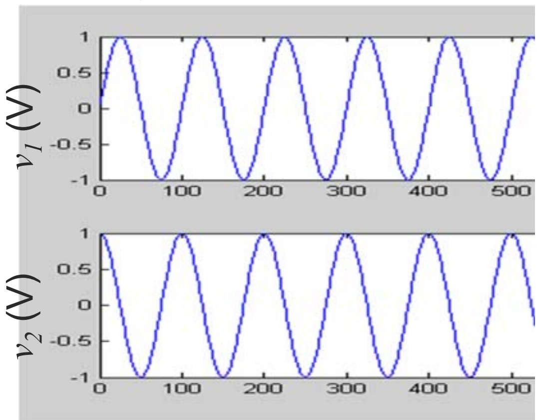


Ley adición tensiones: $v_T = \sum_{i=1}^{N} v_i$

Incoherentes ó incorreladas

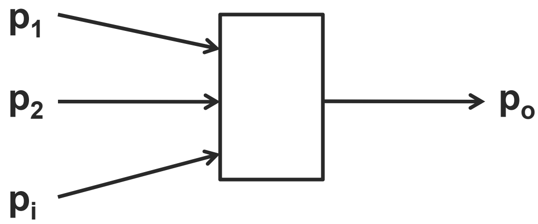
$$\left.\begin{matrix}\cos(\omega_0 t)\\ \cos\left(\omega_0 t + \pi/2\right)\end{matrix}\right\} + = ????$$

$$\left.\begin{matrix}\cos(\omega_0 t)\\ \cos\left(2\omega_0 t\right)\end{matrix}\right\} + = ????$$



Ley adición potencias: $p_T = \sum_{i=1}^{N} p_i$

Aditividad de señales



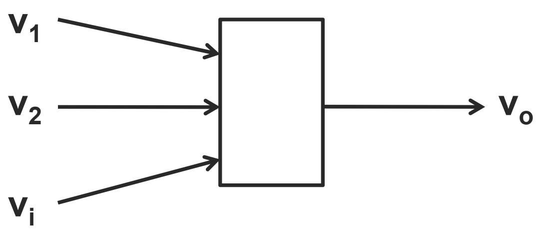
Adición de potencias

$$p_0(mW) = \sum_{i=1}^{n} p_i(mW) \quad \Rightarrow$$

Ya que:

$$P_0(dBm) = 10\log\left(p_0(mW)\right) = 10\log\left(\sum_{i=1}^{n} p_i(mW)\right) = 10\log\left(\sum_{i=1}^{n} 10^{\frac{P_i(dBm)}{10}}\right)$$

Aditividad de señales



Adición de tensiones

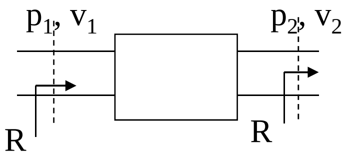
$$v_0(V) = \sum_{i=1}^{n} v_i(V) \quad \Rightarrow \quad P_0(dBm) = 20\log\left(\sum_{i=1}^{n} 10^{\frac{P_i(dBm)}{20}}\right)$$

Ya que:

$$P_i(dBm) = 10\log\left(\frac{\left(v_i(V)\right)^2}{R}10^3\right) = 20\log\left(v_i(V)\cdot C\right)$$

donde: $C = \sqrt{\frac{10^3}{R}}$

Resumen 1: Representaciones logarítmicas

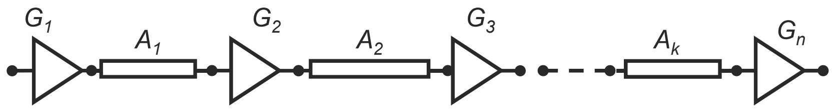


Decibelio: $G(dB) = 10 \cdot \log_{10} \frac{p_2}{p_1} = 20 \cdot \log_{10} \frac{v_2}{v_1}$

Neper:

Conversión Neper – Decibelio: G(dB) = 8,7 G(N)

G > 0 Amplificador, G < 0 Atenuador. → Atenuación A = - G



En dB:

En lineal: $g_T = \prod_{i=1}^{n} g_i \Big/ \prod_{i=1}^{k} a_i$

Niveles absolutos:

$L(dBW) = 10 \log_{10} p(W)$

Niveles relativos: dBm = dBm0 + dBr

Aditividad de señales:

Coherentes: $v_T = \sum_{i=1}^{N} v_i$

No coherentes: $p_T = \sum_{i=1}^{N} p_i$

Test 1

- Si una señal de 0 dBm atraviesa un dispositivo que divide por dos la potencia, la potencia de salida es:
  - 0 dBm
  - - 2 dBm
  - - 3 dBm
  - - 6 dBm

- Si en un mismo punto coinciden dos señales aleatorias, una de -10 dBm y otra de 3 dBm, la potencia total será:
  - - 7 dBm
  - - 30 dBm
  - 10 log(2.1) dBm
  - - 10 log(2.1) dBm

Test 1

- Si una señal de 0 dBm atraviesa un dispositivo que divide por dos la tensión, la potencia de salida es:
  - 0 dBm
  - - 2 dBm
  - - 3 dBm
  - - 6 dBm

- ¿Qué señal tiene más potencia, una de 0 dBW ó una de 30 dBm?
  - La de 0 dBW
  - La de 30 dBm
  - Son iguales

Test 1

- ¿Qué señal tiene más potencia, una de 0 dBmV ó una de 30 dBμV?
  - La de 0 dBmV
  - La de 30 dBμV
  - Son iguales
  - Depende de la impedancia del circuito

- Para pasar una magnitud dada en Nepers a decibelios
  - Se multiplica por 8,7
  - Se divide por 8,7

Test 1

- Cuál de las siguientes afirmaciones es cierta
  - Las señales coherentes se suman en potencia
  - Las señales incoherentes se suman en tensión
  - Ninguna de las anteriores

- En un cierto sistema de telecomunicaciones se tiene un nivel de señal de 10 dBm. Si en ese mismo punto se tiene un nivel de -10dBm0, ¿Cuál es el nivel relativo de la señal?
  - 0 dBr
  - 10 dBr
  - 20 dBr
  - - 20 dBr

Tema 1. Introducción a los sistemas de transmisión en línea

Contenidos:

- Objetivos
- Bibliografía
- Representaciones logarítmicas
- **Distorsión**
- Diafonía
- Ruido
- Líneas de transmisión metálicas

Perturbaciones

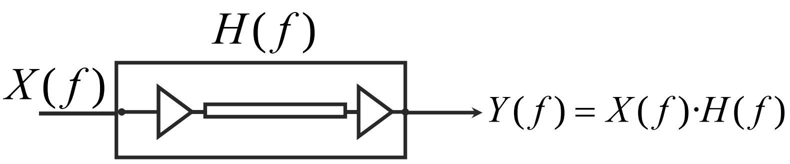
Perturbación “todo conjunto de actuaciones externas o internas sobre el sistema de transmisión que provocan que la señal recibida en el extremo receptor no sea exactamente igual a la emitida por la fuente.”

- Distorsión
- Intermodulación
- Diafonía
- Ruido
- Interferencia

Distorsión

Definición: La **distorsión lineal** es aquella que modifica la amplitud y la fase de la señal en función de la frecuencia.
Para que no exista distorsión lineal es necesario que la función de transferencia del canal sea de la forma:

$$H(f) = k \cdot e^{-jw\tau} \Rightarrow h(t) = k\delta(t-\tau)$$



En un sistema de este tipo, la salida vendrá dada por:

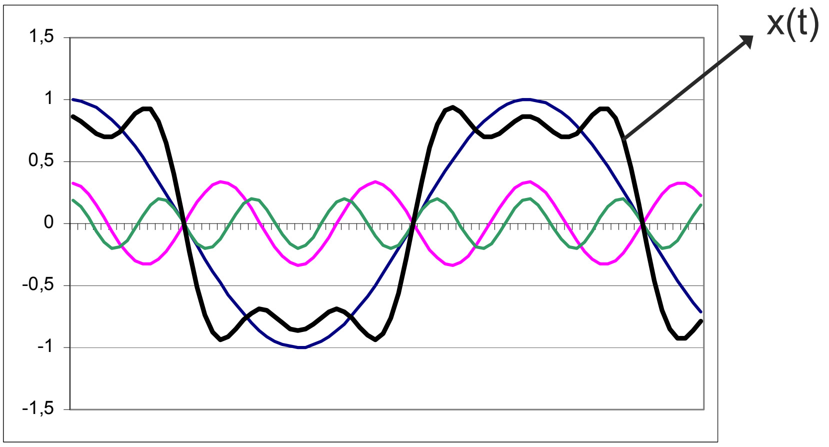
$$y(t) = k \cdot x(t-\tau)$$

Si k varía con la frecuencia, existirá **distorsión lineal de amplitud**.
Si τ varía con la frecuencia, existirá **distorsión lineal de fase**.

Distorsión lineal: Ejemplo

Veamos el efecto de la distorsión sobre una señal de prueba constituida por tres tonos: uno fundamental y dos armónicos:

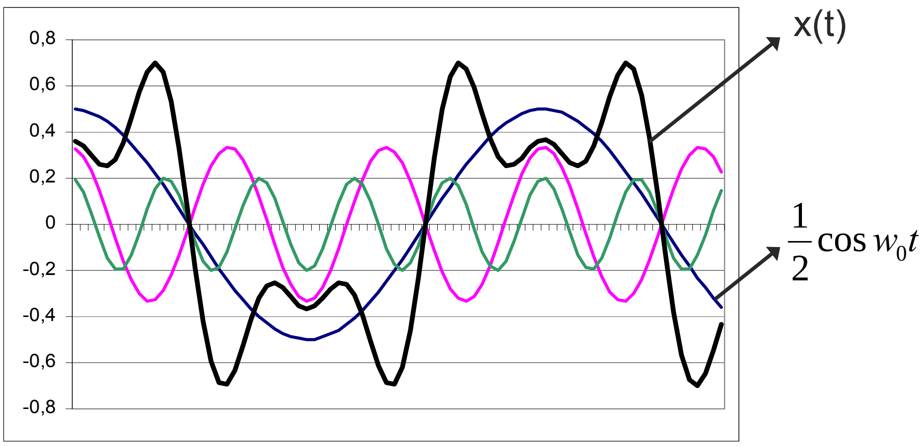
$$x(t) = \cos w_0 t - \frac{1}{3}\cos 3w_0 t + \frac{1}{5}\cos 5w_0 t$$



Distorsión lineal: Ejemplo

Veamos el efecto de una distorsión lineal de amplitud que atenúe 6 dB la amplitud del armónico fundamental (→ reduciendo la amplitud a la mitad)

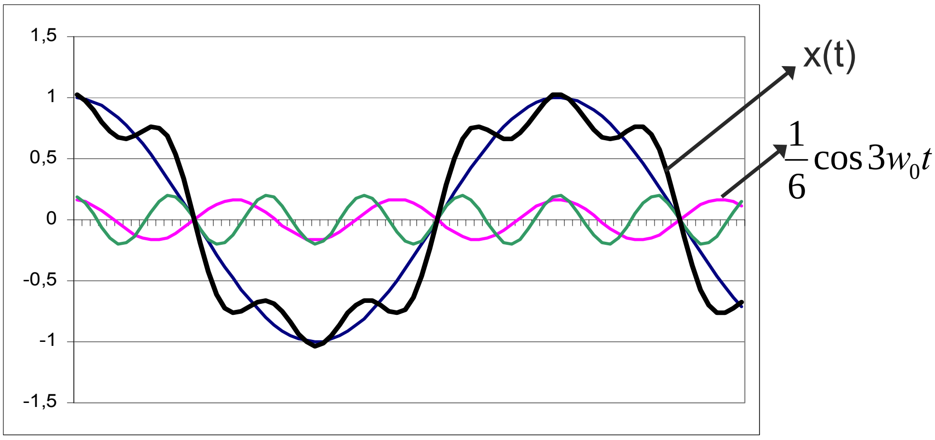
$$x(t) = \underbrace{\boxed{\cos w_0 t}}_{\div 2} - \frac{1}{3}\cos 3w_0 t + \frac{1}{5}\cos 5w_0 t$$



Distorsión lineal: Ejemplo

Veamos el resultado se la distorsión lineal de amplitud atenúa 6 dB la amplitud del tercer armónico

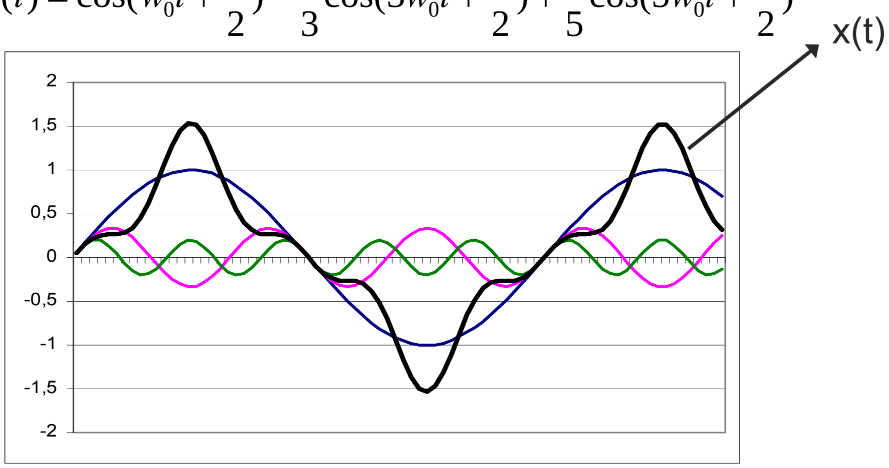
$$x(t) = \cos w_0 t - \overset{\div 2}{\boxed{\frac{1}{3}\cos 3w_0 t}} + \frac{1}{5}\cos 5w_0 t$$



Distorsión lineal: Ejemplo

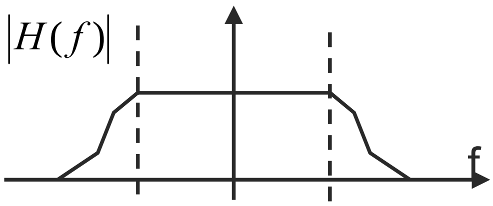
Veamos lo que ocurre si en vez de distorsión de amplitud se produce un distorsión de fase debido a que τ = - π/2w → varía con la frecuencia

$$x(t) = \cos(w_0 t + \frac{\pi}{2}) - \frac{1}{3}\cos(3w_0 t + \frac{\pi}{2}) + \frac{1}{5}\cos(5w_0 t + \frac{\pi}{2})$$

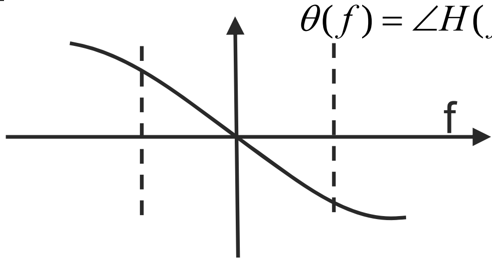


Distorsión lineal

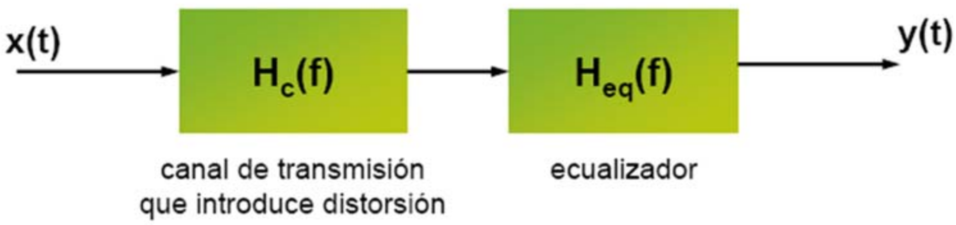
Normalmente los sistemas se diseñan para que no introduzcan distorsión en la banda de trabajo.



$$\theta(f) = \angle H(f) = -w\tau$$



Para compensar la distorsión lineal se emplea **ecualización**

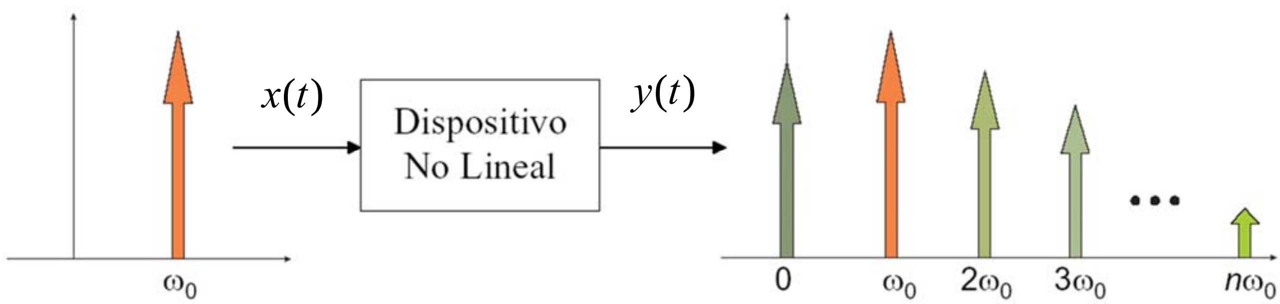


$$H_c(f)H_{eq}(f) = Ke^{-j\omega t_d} \qquad K, t_d \quad ctes$$

Distorsión no lineal

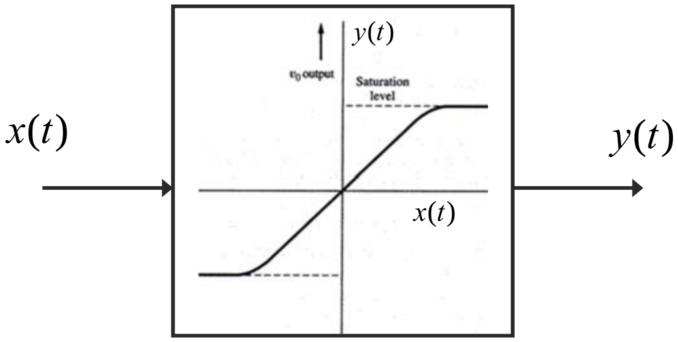
- Distorsión no lineal

La distorsión no lineal se produce cuando en la señal de salida del sistema aparecen componentes frecuenciales que no existían en la señal de entrada.



Distorsión no lineal

Esta perturbación aparece en sistemas que incluyen componentes no lineales, y se describen mediante una **característica de transferencia**, generalmente expresada por una aproximación polinómica:



$$y(t) = a_0 + a_1 \cdot x(t) + a_2 \cdot x^2(t) + \ldots$$

y(t) es la salida o respuesta a la entrada x(t)

Distorsión no lineal

Supongamos la siguiente característica de transferencia:

$$y(t) = a_1 \cdot x(t) - a_3 \cdot x^3(t)$$

20·log a_1 es la ganancia en dB del sistema
a_3 (>0) es el parámetro característico de la no linealidad:

Prueba de un tono:
Supongamos que la señal de entrada en el sistema es una portadora de amplitud A.

$$x(t) = A \cdot \cos w_0 t$$

La señal de salida será:

$$y(t) = a_1 A \cdot \cos w_0 t - a_3 A^3 \cos^3 w_0 t$$

Distorsión no lineal

Desarrollando el término $\cos^3 w_0 t$:

$$\cos^3 w_0 t = \frac{3}{4}\cos w_0 t + \frac{1}{4}\cos 3w_0 t$$

Por tanto la señal de salida del sistema será:

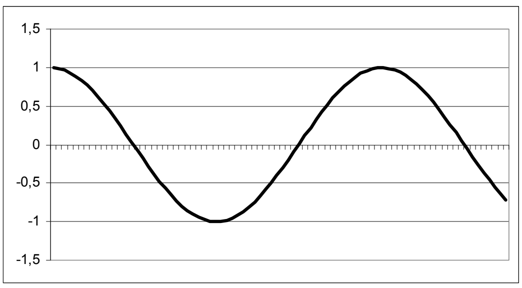
$$y(t) = \left(a_1 A - \frac{3}{4} a_3 A^3 \right)\cos w_0 t - \frac{a_3 A^3}{4}\cos 3w_0 t$$

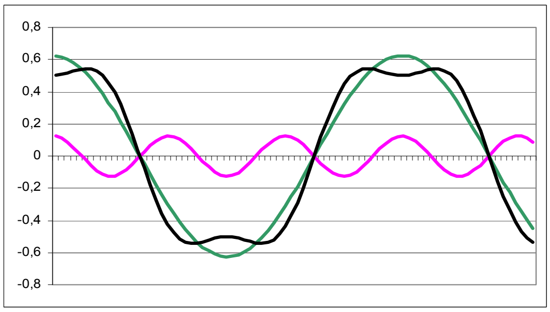
Vemos que aparecen nuevas componentes espectrales: En este caso el tercer armónico. En la práctica aparecen más armónicos pues las no linealidades reales tienen varios términos polinómicos.

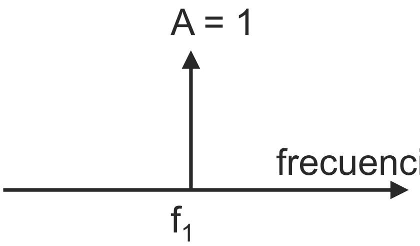
Distorsión no lineal

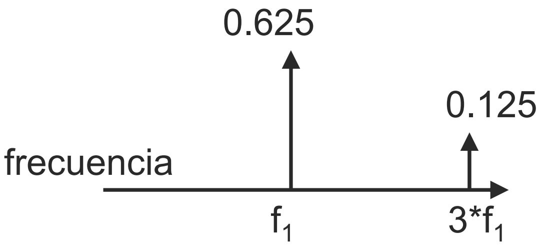
Ejemplo con A = 1, a_1 = 1 y a_3 = 1/2

$$x(t) = \cos w_0 t \quad \Rightarrow \quad y(t) = \left(1 - \frac{3}{4}\cdot\frac{1}{2}\right)\cos w_0 t - \frac{1}{8}\cos 3w_0 t$$









Distorsión no lineal

Coeficientes de distorsión:

Dada una característica de transferencia:

$$y(t) = a_0 + a_1 \cdot x(t) + a_2 \cdot x^2(t) + \ldots + a_i \cdot x^i(t)$$

Si la señal de entrada es un tono (señal de banda estrecha):

$$x(t) = v \cos w_0 t$$

La señal de salida será de la siguiente forma:

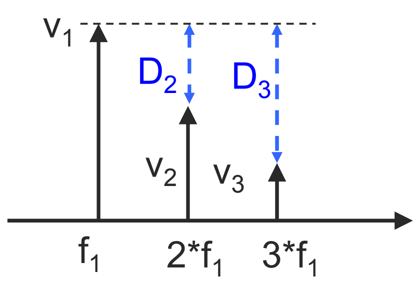
$$y(t) = v_0 + v_1 \cos w_0 t + v_2 \cos 2w_0 t + \ldots + v_i \cos i w_0 t$$

La amplitud de los armónicos puede expresarse (aproximadamente) como:

$$v_n = \frac{1}{2^{n-1}} a_n v^n$$

Distorsión no lineal

Coeficientes de distorsión:
En la prueba de un tono, el coeficiente de distorsión de cada frecuencia armónica generada nos proporciona la atenuación de la portadora generada en ese armónico con respecto del armónico principal.



$$D_n = 20 \cdot \log \frac{v_n}{v_1}$$

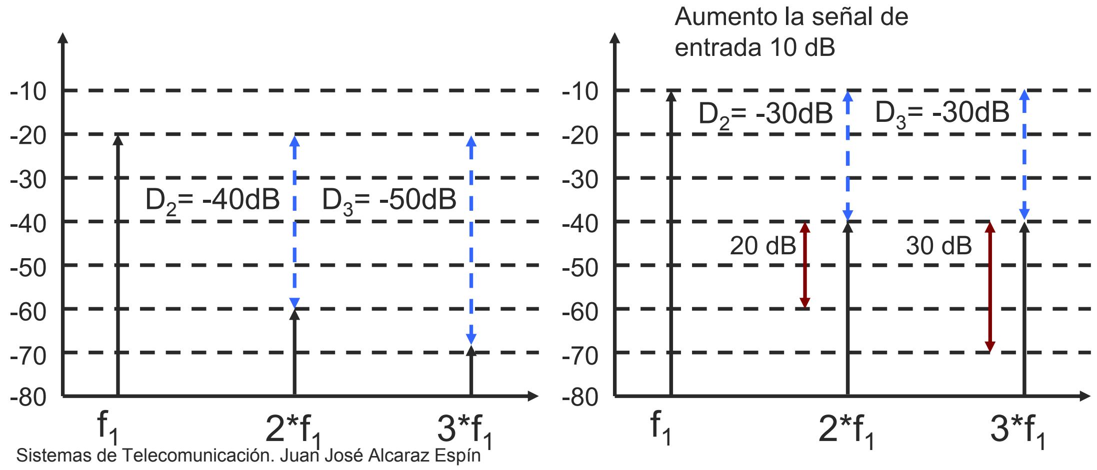
Distorsión no lineal

Coeficientes de distorsión:

Al variar la señal de entrada varían los coeficientes de distorsión. En condiciones de cuasi-linealidad se dan las siguientes condiciones:

Al aumentar la señal Δ dB:

1) El nivel de armónico n-ésimo aumenta $n \cdot \Delta$ dB
2) El coeficiente de distorsión n-ésimo D_n dB aumenta $(n-1) \cdot \Delta$ dB



Distorsión no lineal

Coeficientes de modulación :

En la práctica los coeficientes de distorsión se emplean poco, ya que dependen de la señal de entrada. En general se emplean los coeficientes de modulación.

Se definen a partir de la relación de las potencias del armónico n-esimo con el fundamental

$$M_n(dB) = 10\log\frac{p_n}{p_1^{\,n}} = P_n - nP_1$$

Estos coeficientes no dependen de la señal de entrada, ya que:

$$\frac{p_n}{p_1^{\,n}} = \left(\frac{v_n}{v_1^{\,n}}\right)^2 C = \left(\frac{\frac{1}{2^{n-1}}a_n v^n}{a_1^{\,n} v^n}\right)^2 C$$

señal de entrada

Distorsión no lineal

Coeficientes de modulación :
Para obtener la potencia del armónico n-ésimo se suele emplear la siguiente expresión:

$$P_n(dBm) = M_n + n \cdot P_1(dBm)$$

P_n: Potencia del armónico n-ésimo
M_n: Coeficiente de modulación n-ésimo, característico del circuito.
n: grado del armónico
P_1: Potencia del armónico fundamental

El análisis por distorsión no lineal caracteriza a los sistemas de banda estrecha. Para sistemas multicanal, o de banda ancha se debe considerar la intermodulación.

Intermodulación

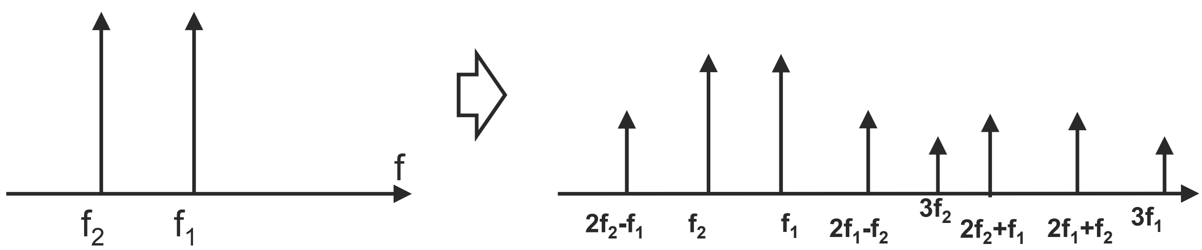
Sistemas de banda ancha:
- No linealidad → **intermodulación**
- Señales de banda ancha → se modelan como dos tonos de igual amplitud y de frecuencias distintas f_1 y f_2. (prueba de 2 tonos)
- A la salida aparecen de tonos a frecuencias que son una combinación lineal de las de entrada.

$$f_{intermodulación} = m \cdot f_1 \pm n \cdot f_2,$$

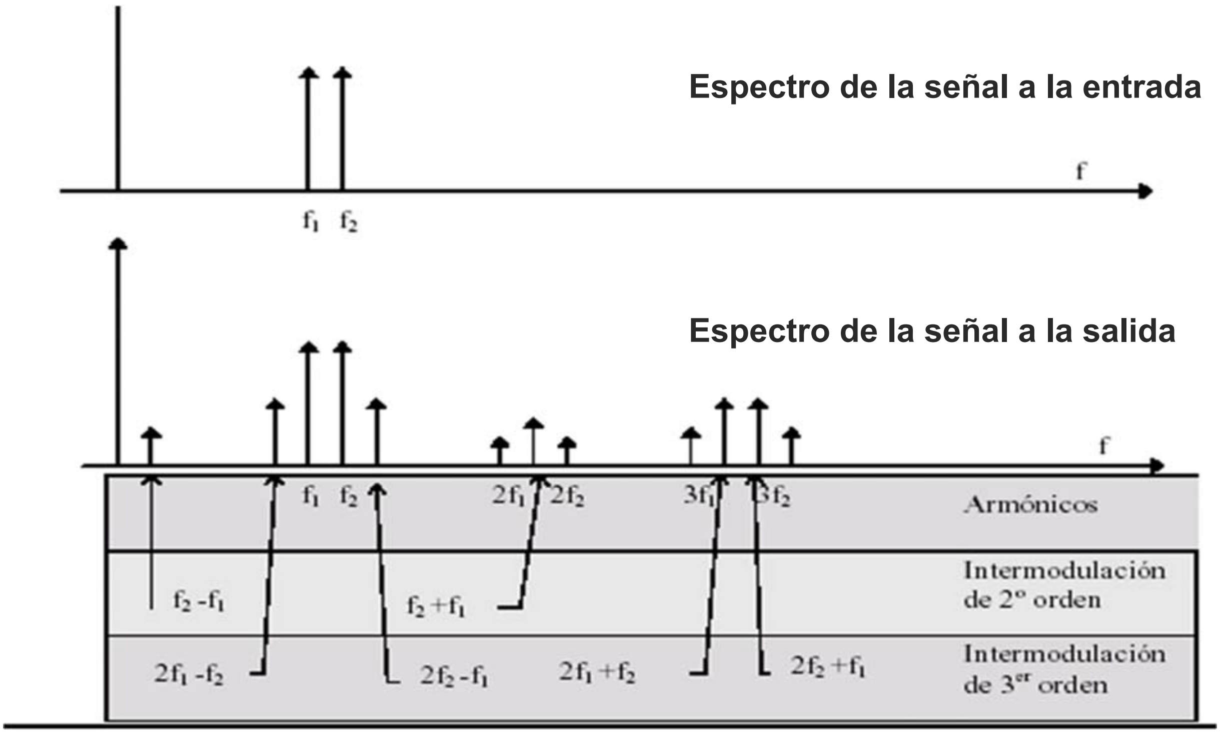
con $|m|+|n| \leq$ Grado del polinomio de la característica de transferencia.

Espectro a la entrada

Posible espectro de la señal de salida:



Intermodulación



Intermodulación. Ejemplo 1

$$y(t) = a_1 \cdot x(t) - a_3 \cdot x^3(t)$$

$$x(t) = A \cdot (\cos w_1 t + \cos w_2 t)$$

$$y(t) = a_1 A(\cos w_1 t + \cos w_2 t) - a_3 A^3 (\cos w_1 t + \cos w_2 t)^3$$

$$y(t) = \left(a_1 A + \frac{9}{4} a_3 A^3 \right) \cos w_1 t + \left(a_1 A + \frac{9}{4} a_3 A^3 \right) \cos w_2 t - \quad \Big\} \text{ Armónicos fundamentales}$$

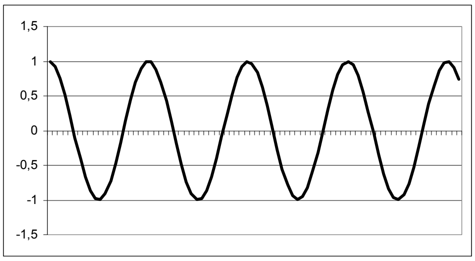
$$\left.\begin{aligned} &-\frac{3}{4} a_3 A^3 \cos(2w_1 - w_2)t - \frac{3}{4} a_3 A^3 \cos(2w_2 - w_1)t - \\ &-\frac{3}{4} a_3 A^3 \cos(2w_1 + w_2)t - \frac{3}{4} a_3 A^3 \cos(2w_2 + w_1)t - \end{aligned}\right\} \text{ Productos de Intermodulación (3}^{er}\text{ orden)}$$

$$-\frac{1}{4} a_3 A^3 \cos 3w_1 t - \frac{1}{4} a_3 A^3 \cos 3w_2 t \quad \Big\} \text{ 3º Armónicos}$$

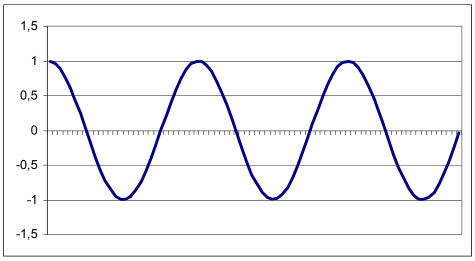
Intermodulación. Ejemplo 1

Suponiendo A = 1, f_1 = 15 KHz, f_2 = 10 KHz

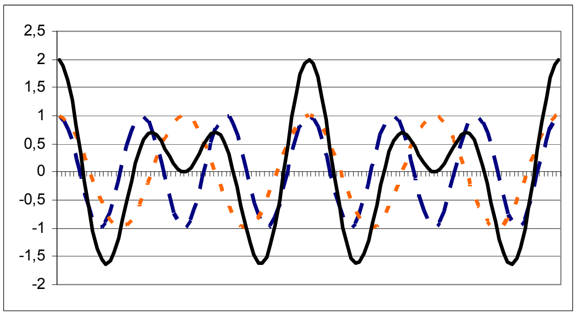
Tono w_1



Tono w_2



$$x(t) = (\cos w_1 t + \cos w_2 t)$$



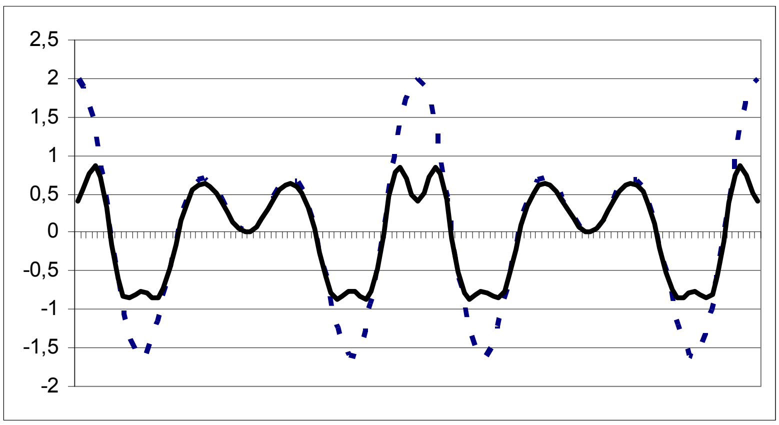
Introducimos esta señal un sistema con la característica de transferencia:

$$y(t) = x(t) - 0{,}2 \cdot x^3(t)$$

Intermodulación. Ejemplo 1

La señal a la salida:

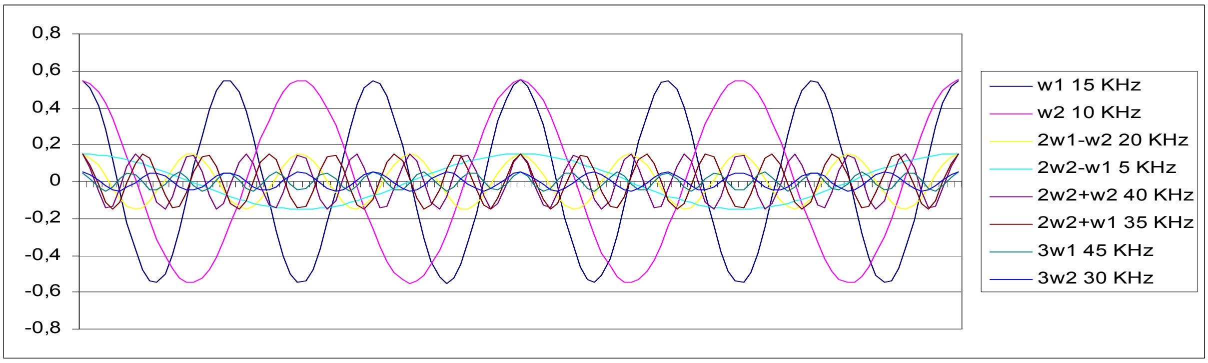
$$y(t) = (\cos w_1 t + \cos w_2 t) - 0{,}2(\cos w_1 t + \cos w_2 t)^3$$



Intermodulación. Ejemplo 1

La señal de salida está compuesta por diversas componentes en los armónicos y en las frecuencias de intermodulación:

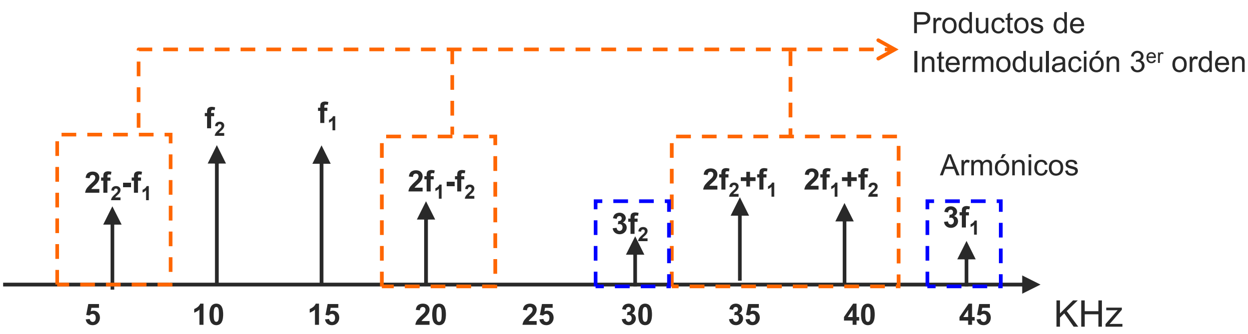
$$y(t)=\left(a_1A+\frac{9}{4}a_3A^3\right)\cos w_1t+\left(a_1A+\frac{9}{4}a_3A^3\right)\cos w_2t-$$
$$-\frac{3}{4}a_3A^3\cos(2w_1-w_2)t-\frac{3}{4}a_3A^3\cos(2w_2-w_1)t-$$
$$-\frac{3}{4}a_3A^3\cos(2w_1+w_2)t-\frac{3}{4}a_3A^3\cos(2w_2+w_1)t-$$
$$-\frac{1}{4}a_3A^3\cos 3w_1t-\frac{1}{4}a_3A^3\cos 3w_2t$$



Intermodulación. Ejemplo 1

$$y(t)=\left(a_1A+\frac{9}{4}a_3A^3\right)\cos w_1t+\left(a_1A+\frac{9}{4}a_3A^3\right)\cos w_2t-$$
$$-\frac{3}{4}a_3A^3\cos(2w_1-w_2)t-\frac{3}{4}a_3A^3\cos(2w_2-w_1)t-$$
$$-\frac{3}{4}a_3A^3\cos(2w_1+w_2)t-\frac{3}{4}a_3A^3\cos(2w_2+w_1)t-$$
$$-\frac{1}{4}a_3A^3\cos 3w_1t-\frac{1}{4}a_3A^3\cos 3w_2t$$

El espectro resultante de la intermodulación será el siguiente



Intermodulación

Coeficientes de intermodulación (equivalentes a los de distorsión)

$$I_n = 20\log\frac{v_{in}}{v_1} \quad (dB)$$

amplitud del producto de intermodulación n-ésimo

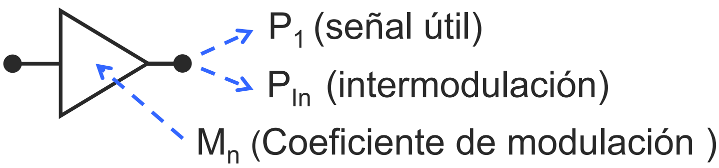
$$v_{in} = \frac{n}{2^{n-1}} a_n v^n = n v_n$$

n veces la amplitud del **armónico** n-ésimo

Coeficientes de intermodulación de orden n: $I_n = D_n + 20\log n$

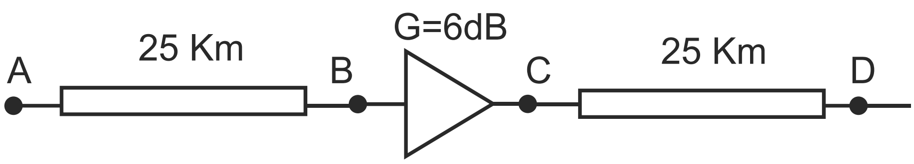
Los productos de intermodulación tienen más potencia que los armónicos

$$P_{In}(dBm) = M_n + nP_1(dBm) + 20\log n$$



Intermodulación: Ejemplo 2

Considere el siguiente enlace de transmisión compuesto por dos tramos de cable de 25 Km y un amplificador intermedio, que presenta ruido de intermodulación.



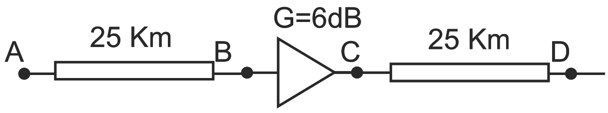
Atenuación del cable: α=0,046 Np/Km

Potencia en A = -10 dBm

Coeficiente de modulación de 2^0 orden: M_2 =-55 dB

Obtener relación S/N_I en D, considerando únicamente el ruido de intermodulación.

Intermodulación: Ejemplo 2



$$I(dBm) = M_2 + 2 \cdot P(dBm) + 20\log 2$$

Calculamos la atenuación en los tramos de línea:

Atenuación en Nepers = 0,046 · 25 = 1,15 Np → A (dB) = 8,7 · 1,15 = 10 dB

La potencia de la señal útil a la salida del amplificador (punto C) es:

P_C = – 10 dBm – 10 dB + 6 dB = - 14 dBm

Por tanto, la potencia del ruido de intermodulación de orden 2 (también en C) es:

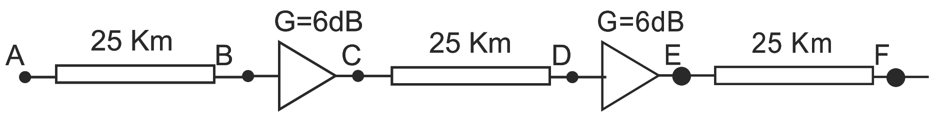
$$I_C(dBm) = -55dB + 2 \cdot (-14dBm) + 6dB = -77dBm$$

Este ruido trasladado al punto D es: $I_{C \to D}$ = -77 dBm – 10 dB = - 87 dBm

La señal útil en D es P_D = – 14 dBm – 10dB = -24 dBm

La relación S/I en D es = -24 dBm – (– 87 dBm) = 63 dB

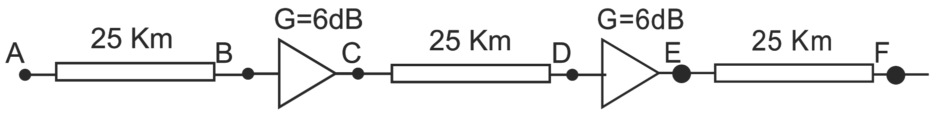
Intermodulación: Ejemplo 3



Supongamos que ahora el enlace es el de esta figura, y el segundo amplificador es igual al primero.

Obtener relación S/I en F, considerando únicamente el ruido de intermodulación.

Intermodulación: Ejemplo 3



La potencia del ruido de intermodulación de orden 2 en C sigue siendo –77 dBm. Trasladado a F:

$$I_{C \to F} = -77 \text{ dBm} - 10 \text{ dB} + 6 \text{ dB} - 10 \text{dB} = -91 \text{ dBm}$$

La potencia del armónico principal a la salida del 2º amplificador (punto E) es:

$$P_E = -10 \text{ dBm} - 10 \text{ dB} + 6 \text{ dB} - 10 + 6 = -18 \text{ dBm}$$

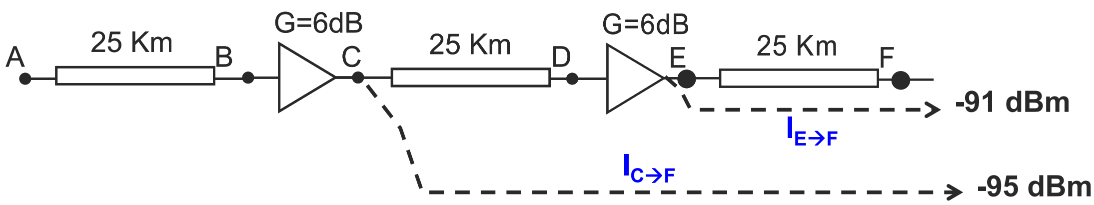
Por tanto la potencia de ruido de intermodulación en E:

$$I_E(dBm) = -55dB + 2 \cdot (-18dBm) + 6dB = -85dBm$$

Este ruido trasladado al punto F es:

$$I_{E \to F} = -85 \text{ dBm} - 10 \text{ dB} = -95 \text{ dBm}$$

Intermodulación: Ejemplo 3

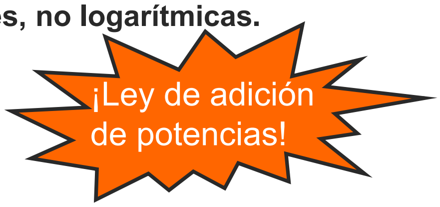


En el punto F tenemos ahora la contribución de dos potencias de ruido. Una de –91 dBm y otra de –95 dBm.

Para sumarlas es necesario que estén en unidades lineales, no logarítmicas.

$$I_{C \to F}(dBm) = -95dBm \to i_{C \to F}(mW) = 10^{\frac{-95}{10}} = 3{,}16 \cdot 10^{-10} mW$$

$$I_{E \to F}(dBm) = -91dBm \to i_{E \to F}(mW) = 10^{\frac{-91}{10}} = 7{,}94 \cdot 10^{-10} mW$$



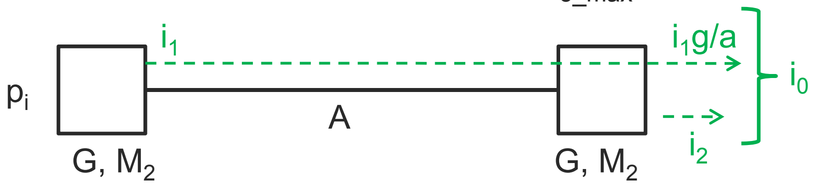
La potencia de ruido de intermodulación total en F es: $i_F = i_{C \to F} + i_{E \to F} = 11{,}1 \cdot 10^{-10} mW$

Señal útil en F: $P_F = -10 \text{ dBm} - 10 \text{ dB} + 6 \text{ dB} - 10 \text{ dB} + 6 \text{ dB} - 10 \text{ dB} = -28 \text{ dBm}$

La relación S/N$_I$ en F es: $S/I = -28dBm - 10\log_{10}(11{,}1 \cdot 10^{-10}) = 61{,}5dB$

Intermodulación: Ejemplo 4

Considere el siguiente sistema compuesto por dos amplificadores iguales y una línea de transmisión. Calcule cuál debe ser la potencia máxima de la señal útil a la entrada para que el ruido de intermodulación de segundo orden a la salida no supere un valor máximo "i_{o_max}"



Llamaremos p_1 y p_2 a las potencias de señal útil (en lineal) a la salida del primer y segundo amplificador respectivamente.

$$p_1 = g \cdot p_i \qquad p_2 = \frac{g^2}{a} \cdot p_i$$

Llamaremos i_1 e i_2 a las potencias de intermodulación (en lineal) causadas por el primer y segundo amplificador respectivamente.

$$i_o = \frac{g}{a} i_1 + i_2$$

Intermodulación: Ejemplo 4

La fórmula de la potencia de intermodulación en unidades logarítmicas es

$$I_1(dBm) = M_2 + 2P_1(dBm) + 20\log 2$$

Sin embargo en este ejemplo debemos emplear unidades lineales

$$i_1 = 10^{\frac{M_2 + 2P_1(dBm) + 20\log 2}{10}} = 10^{\frac{M_2}{10}} \cdot 10^{\frac{2P_1(dBm)}{10}} \cdot 10^{\frac{20\log 2}{10}} = m_2 \cdot p_1^2 \cdot 4$$

$$i_2 = m_2 \cdot p_2^2 \cdot 4$$

Ponemos las expresiones anteriores en función de p_i

$$i_1 = m_2 \cdot g^2 \cdot p_i^2 \cdot 4 \qquad i_2 = m_2 \cdot \frac{g^4}{a^2} \cdot p_i^2 \cdot 4$$

Intermodulación: Ejemplo 4

Ya podemos expresar i_o en función de p_i

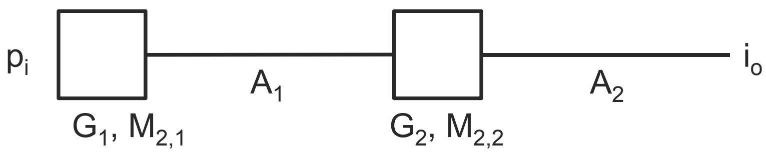
$$i_o = m_2 \cdot \frac{g^3}{a} \cdot p_i^2 \cdot 4 + m_2 \cdot \frac{g^4}{a^2} \cdot p_i^2 \cdot 4$$

La expresión anterior debe ser menor que i_{o_max}, por tanto

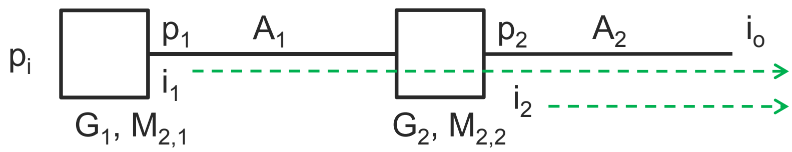
$$p_i < \sqrt{\frac{i_{o\_\max}}{m_2 \cdot \frac{g^3}{a} \cdot 4 + m_2 \cdot \frac{g^4}{a^2} \cdot 4}}$$

Intermodulación: Ejemplo 5

Considere el siguiente sistema compuesto por dos amplificadores distintos de ganancias G_1 y G_2 respectivamente y coeficientes de modulación de segundo orden $M_{2,1}$ y $M_{2,2}$ respectivamente. Además hay dos tramos de línea de transmisión de atenuaciones A_1 y A_2 respectivamente. Escriba la expresión del ruido de intermodulación a la salida del segundo tramo de línea en función de la potencia de entrada p_i



Intermodulación: Ejemplo 5



$$i_1' = \frac{g_2}{a_1 a_2} i_1$$

$$i_2' = \frac{1}{a_2} i_2$$

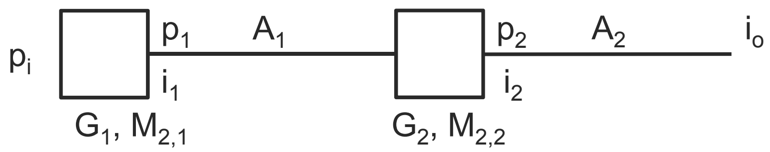
Llamaremos p_1 y p_2 a las potencias de señal útil (en lineal) a la salida del primer y segundo amplificador respectivamente.

$$p_1 = g_1 \cdot p_i \qquad p_2 = \frac{g_1 g_2}{a_1} \cdot p_i$$

Llamaremos i_1 e i_2 a las potencias de intermodulación (en lineal) causadas por el primer y segundo amplificador respectivamente. El ruido de intermodulación a la salida del segundo tramo de línea es

$$i_o = \frac{g_2}{a_1 a_2} i_1 + \frac{1}{a_2} i_2$$

Intermodulación: Ejemplo 5



Las expresiones de i_1 e i_2 en unidades lineales son

$$i_1 = m_{2,1} \cdot p_1^2 \cdot 4 = m_{2,1} \cdot g_1^2 p_i^2 \cdot 4$$

$$i_2 = m_{2,2} \cdot p_2^2 \cdot 4 = m_{2,2} \cdot \frac{g_1^2 g_2^2}{a_1^2} p_i^2 \cdot 4$$

Por tanto i_o tiene la siguiente expresión

$$i_o = m_{2,1} \cdot \frac{g_1^2 g_2}{a_1 a_2} p_i^2 \cdot 4 + m_{2,2} \cdot \frac{g_1^2 g_2^2}{a_1^2 a_2} p_i^2 \cdot 4$$

Resumen 2: Distorsión

Sistema lineal:

$$y(t) = k \cdot x(t-\tau)$$

Si k varia con la f → ***distorsión lineal de amplitud***

Si τ varia con la f → ***distorsión lineal de fase***

Sistema no lineal:

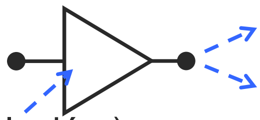
$$y(t) = a_0 + a_1 \cdot x(t) + a_2 \cdot x^2(t) + \ldots$$

Distorsión no lineal ➔ Nuevas componentes frecuenciales a la salida

Potencia de los armónicos de orden n: $P_n(dBm) = M_n + n \cdot P_1(dBm)$

Potencia de los productos de intermodulación de orden n:

$$P_{I\,n}(dBm) = M_n + nP_1(dBm) + 20\log n$$



Test 2

- Si la respuesta de un dispositivo es $y(t) = k \cdot x(t-\tau)$, donde *k* = *k(f)* el dispositivo presenta:
  - Distorsión lineal de amplitud
  - Distorsión lineal de fase
  - Distorsión no lineal de amplitud
  - Distorsión no lineal de fase

- Si se realiza la prueba de dos tonos en un dispositivo cuya característica de transferencia es $y(t) = a_1 \cdot x(t) + a_2 \cdot x^2(t)$, a la salida aparecen
  - Armónicos de segundo orden
  - Productos de intermodulación de segundo orden
  - Productos de intermodulación de primer y segundo orden
  - Armónicos y productos de intermodulación de segundo orden

Test 2

- Si en un dispositivo no lineal, la potencia de la señal de entrada aumenta X dB, la potencia del armónico n-ésimo:
  - Aumenta X dB
  - Disminuye X dB
  - Aumenta n·X dB
  - Disminuye n·X dB

- Los armónicos y los productos de intermodulación del mismo orden:
  - Tienen potencias iguales
  - Los armónicos tienen más potencia
  - Los productos de intermodulación tienen más potencia
  - Si el orden es bajo los armónicos tienen más potencia, y viceversa.

Test 2

- El ruido de intermodulación es debido a
  - Interferencias de sistemas externos
  - No linealidad de los amplificadores
  - Distorsión lineal de fase y amplitud del sistema
  - Ninguna de las anteriores

Tema 1. Introducción a los sistemas de transmisión en línea

Contenidos:

- Objetivos
- Bibliografía
- Representaciones logarítmicas
- Distorsión
- **Diafonía**
- Ruido
- Líneas de transmisión metálicas

Diafonía

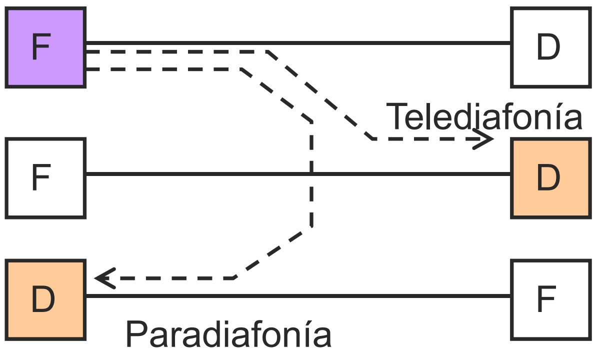
Definición

Diafonía: transferencia indeseada de la potencia de la señal proveniente de una Fuente ("perturbadora") a un Destino distinto ("perturbado") . Es un concepto que suele aplicarse a los medios de transmisión por líneas metálicas, especialmente cable de pares.

Las relaciones de diafonía se expresan en dB. Si p_1 es la potencia de la señal perturbadora, en un punto del sistema perturbador y p_2 la potencia de la señal que aparece en el sistema perturbado, se define la *atenuación de diafonía* como:

$$A(dB) = 10 \log \frac{p_1}{p_2} (dB)$$

Diafonía



Telediafonía: FEXT (Far End Cross Talk)

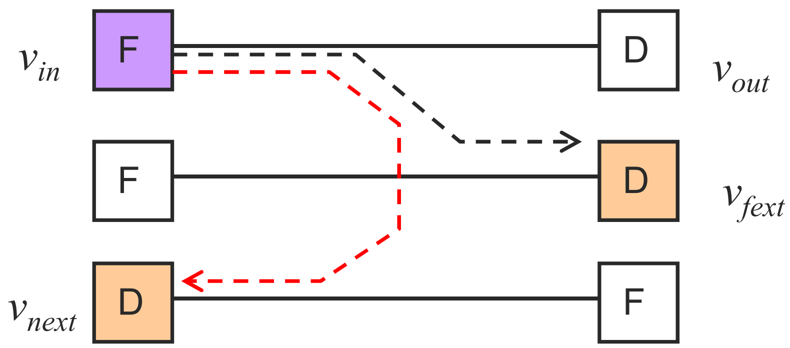
Paradiafonía: NEXT (Near End Cross Talk)

Los valores de **atenuación** de diafonía se reducen al aumentar la frecuencia. Miden el **aislamiento**.

Telediafonía: Cuando la Fuente Perturbadora y el Destino perturbado están más alejados que la fuente y destino del sistema perturbado entre sí.

Paradiafonía: Cuando la Fuente Perturbadora y el Destino perturbado están más próximos que la fuente y destino del sistema perturbado entre sí.

Diafonía: NEXT

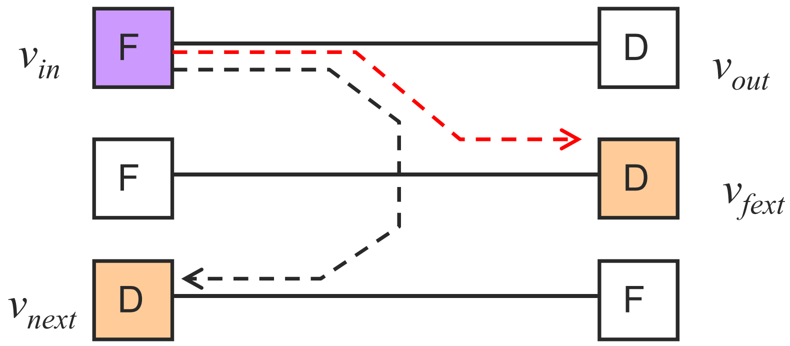


NEXT (Near End Cross Talk):

Parámetro que evalúa el acoplo entre el par transmisor (del sistema perturbador) y el par receptor (del sistema perturbado) en el extremo de transmisión (donde está el transmisor perturbador),

$$NEXT(dB) = 20\log\frac{v_{in}}{v_{next}} = 10\log\frac{p_{in}}{p_{next}}$$

Diafonía: FEXT



FEXT (Far End CrossTalk)

Porción de señal transmitida (por el sistema perturbador) que se acopla electromagnéticamente a la señal recibida (en el sistema perturbado) medida en el extremo receptor (del sistema perturbador).

$$FEXT(dB) = 20\log\frac{v_{in}}{v_{fext}} = 10\log\frac{p_{in}}{p_{fext}}$$

Diafonía: ELFEXT

ELFEXT (Equal Level FEXT):

Se obtiene restando a FEXT la atenuación del par perturbador (normalización respecto a la longitud).

$$ELFEXT(dB) = FEXT(dB) - \alpha(dB/m) \cdot d(m)$$

La atenuación es:

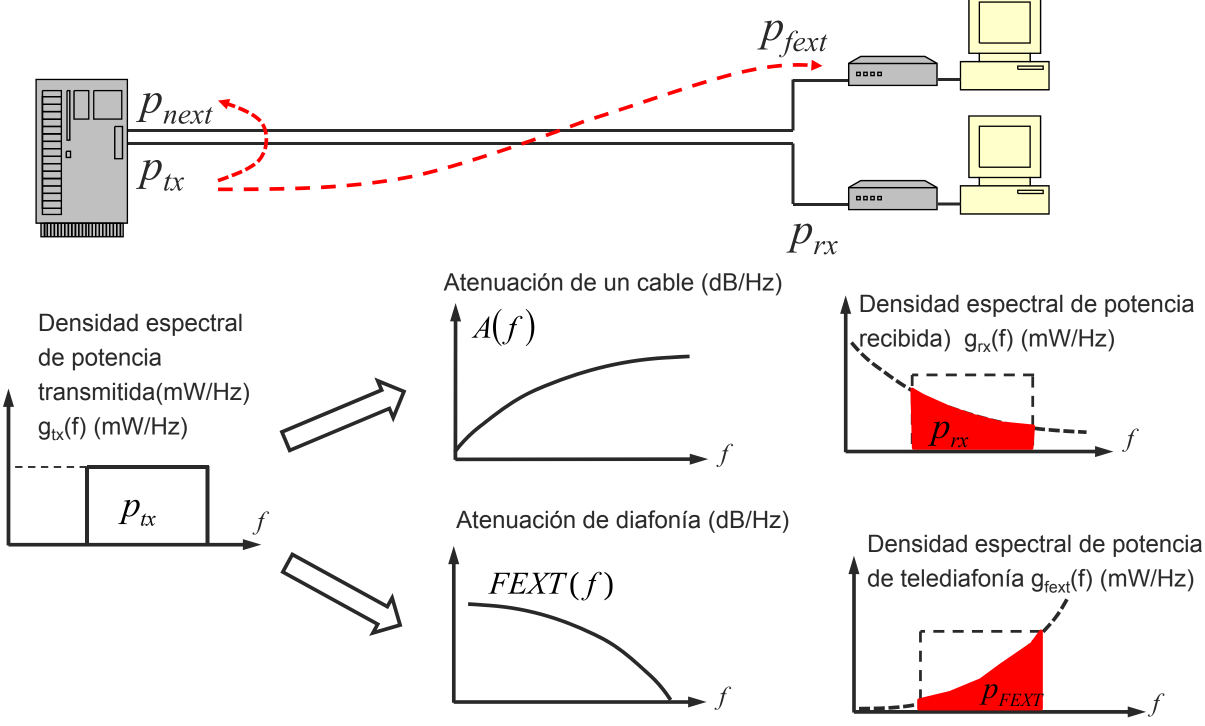
$$A(dB) = \alpha(dB/m) \cdot d(m) = P_{in} - P_{out} = 20\log v_{in} - 20\log v_{out} = 20\log\frac{v_{in}}{v_{out}}$$

Por tanto:

$$ELFEXT(dB) = 20\log\frac{v_{in}}{v_{fext}} - 20\log\frac{v_{in}}{v_{out}} = 20\log\frac{v_{in}v_{out}}{v_{in}v_{fext}} = 20\log\frac{v_{out}}{v_{fext}}$$

$$ELFEXT(dB) = 10\log\frac{p_{out}}{p_{fext}}$$

Diafonía en señales de banda ancha



Diafonía en señales de banda ancha

Para señales de banda ancha las expresiones de FEXT, NEXT y ELFEXT se dan en función de la frecuencia.

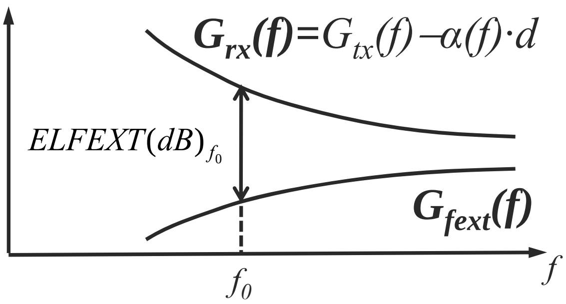
g(f) → densidad espectral de potencia (mW/Hz)

G(f) → 10log g (f) → densidad espectral de potencia (dBm/Hz)

$$NEXT(dB) = 10\log\frac{g_{tx}(f)}{g_{next}(f)}$$

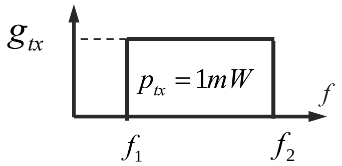
$$FEXT(dB) = 10\log\frac{g_{tx}(f)}{g_{fext}(f)}$$

$$ELFEXT(dB) = 10\log\frac{g_{rx}(f)}{g_{fext}(f)}$$



Cálculo de diafonía en banda ancha

Señal transmitida (ejemplo)



Cte. atenuación: $\alpha(f) = k_1 + k_2\sqrt{f} \quad dB/Km$

Distancia del enlace: d

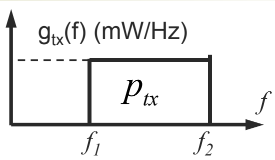
$$p_{tx}(mW) = \int_0^{\infty} g_{tx}(f)df \Rightarrow g_{tx}(f) = \frac{p_{tx}}{f_2 - f_1} mW/Hz \Rightarrow G_{tx}(dBm/Hz) = 10\log g_{tx}$$

$$G_{rx}(dBm/Hz) = G_{tx}(f) - \alpha(f)d \Rightarrow g_{rx}(mW/Hz) = 10^{\frac{G_{tx}(f)-\alpha(f)d}{10}} = g_{tx}(f) \cdot 10^{-\frac{\alpha(f)d}{10}}$$

$$\left(ELFEXT = 10\log\frac{g_{rx}(f)}{g_{FEXT}(f)} \right) \Rightarrow g_{FEXT}(mW/Hz) = g_{rx}(f) \cdot 10^{-\frac{ELFEXT(dB)}{10}}$$

$$p_{FEXT}(mW) = \int_{f_1}^{f_2} g_{rx}(f) \cdot 10^{-\frac{ELFEXT(dB)}{10}} df = \int_{f_1}^{f_2} g_{tx}(f) \cdot 10^{\frac{-\alpha(f)d - ELFEXT(dB)}{10}} df$$

Cálculo de diafonía en banda ancha



Potencia transmitida, p_{tx} (mW)

$$p_{tx}(mW) = \int_0^{\infty} g_{tx}(f)df$$

⇩

Densidad espectral de potencia transmitida g_{tx} (mW/Hz)

$$g_{tx}(f) = \frac{p_{tx}}{f_2 - f_1} mW/Hz$$

⇩

Densidad espectral de potencia recibida g_{rx} (mW/Hz)

$$g_{rx}(f) = g_{tx}(f) \cdot 10^{-\frac{\alpha(f)d}{10}} \quad mW/Hz$$

⇩

Densidad espectral de potencia FEXT g_{FEXT} (mW/Hz)

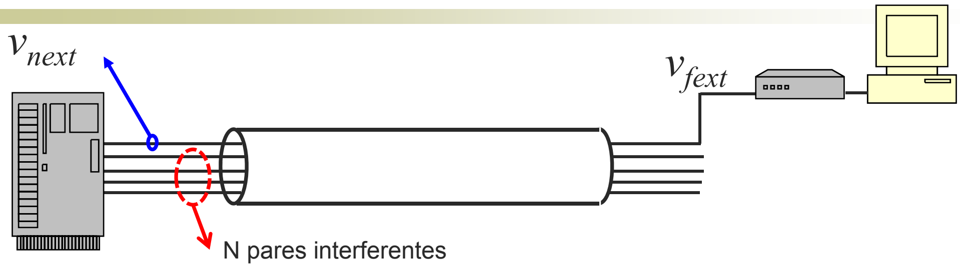
$$g_{FEXT}(f) = g_{rx}(f) \cdot 10^{-\frac{ELFEXT(dB)}{10}} \quad mW/Hz$$

⇩

Potencia de telediafonía (FEXT) p_{FEXT}(mW)

$$p_{FEXT}(mW) = \int_{f_1}^{f_2} g_{tx}(f) \cdot 10^{\frac{-\alpha(f)d - ELFEXT(dB)}{10}} df$$

Diafonía con múltiples cables



Se emplean las expresiones **PS** (Power Sum), de las cuales disponemos de fórmulas experimentales, dependientes de la frecuencia:

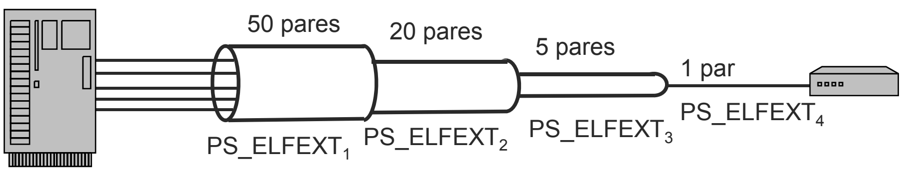
$$PSELFEXT(dB) = 10\log\frac{\left(\frac{49}{N}\right)^{0.6}}{\psi\cdot f^2\cdot d}$$

- N: número de cables interferentes (≤50)
- ψ: Constante igual a $2.623\cdot10^{-7}$
- f: frecuencia en MHz
- d: Longitud del cable en metros

$$PSNEXT(dB) = 10\log\frac{\left(\frac{49}{N}\right)^{0.6}}{\psi\cdot f^{3/2}}$$

- N: número de cables interferentes (≤50)
- ψ: Constante igual a $8.81\cdot10^{-5}$
- f: frecuencia en MHz

Diafonía con múltiples cables



Para esta situación, muy habitual, debemos calcular el PSELFEXT total

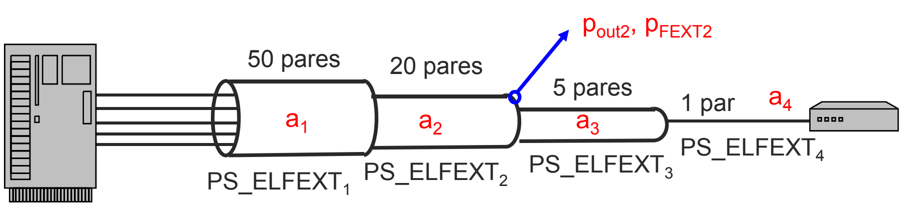
$$PSELFEXT_T = -10\log\left(\sum_{i=1}^{N}10^{-\frac{PSELFEXT_i}{10}}\right)$$

Deducción:

Atenuación de cada tramo: a_i.

Potencia útil a la salida del tramo “i”: $p_{out,i}$

Potencia de FEXT a la salida del tramo “i”: $p_{FEXT,i}$



Diafonía con múltiples cables

El $PSELFEXT_T$ por definición es:

$$PSELFEXT_T = 10\log\frac{p_{out,N}}{p_{FEXT_T}} = -10\log\frac{p_{FEXT_T}}{p_{out,N}}$$

Asumiendo que las contribuciones $FEXT_i$ se suman en potencia.

$$PSELFEXT_T = -10\log\frac{p_{FEXT_1}(a_2a_3...a_N)^{-1} + p_{FEXT_2}(a_3...a_N)^{-1} + \ldots + p_{FEXT_N}}{p_{out,N}}$$

$$PSELFEXT_T = -10\log\frac{p_{FEXT_1}(a_2a_3...a_N)^{-1}}{p_{out,N}} + \frac{p_{FEXT_2}(a_3...a_N)^{-1}}{p_{out,N}} + \ldots + \frac{p_{FEXT_N}}{p_{out,N}}$$

$$PSELFEXT_T = -10\log\frac{p_{FEXT_1}(a_2a_3...a_N)^{-1}}{p_{out,1}(a_2a_3...a_N)^{-1}} + \frac{p_{FEXT_2}(a_3...a_N)^{-1}}{p_{out,2}(a_3...a_N)^{-1}} + \ldots + \frac{p_{FEXT_N}}{p_{out,N}}$$

$$PSELFEXT_T = -10\log\frac{p_{FEXT_1}}{p_{out,1}} + \frac{p_{FEXT_2}}{p_{out,2}} + \ldots + \frac{p_{FEXT_N}}{p_{out,N}}$$

$$PSELFEXT_T = -10\log\left(\sum_{i=1}^{N} 10^{-\frac{PSELFEXT_i}{10}}\right)$$

Cálculos de diafonía: Ejemplo 1

Escriba la expresión de la relación portadora a ruido de diafonía (considerando NEXT y FEXT) para un tono transmitido a una frecuencia f_0, en función de las expresiones PSNEXT y PSELFEXT para N cables.

$$\frac{C}{N}(dB) = 10\log\frac{p_{rx}}{p_{FEXT} + p_{NEXT}} = 10\log\frac{g_{rx}(f_0)}{g_{FEXT}(f_0) + g_{NEXT}(f_0)}$$

Recordamos que

$$g_{rx}(f_0) = g_{tx}(f_0)10^{-\frac{\alpha(f_0)d}{10}} \quad \text{y} \quad g_{FEXT}(f_0) = g_{rx}(f_0)\cdot 10^{-\frac{PSELFEXT(dB)_{f_0}}{10}}$$

Y aplicando la definición de NEXT

$$g_{NEXT}(f_0) = g_{tx}(f_0)\cdot 10^{-\frac{PSNEXT(dB)_{f_0}}{10}}$$

Cálculos de diafonía: Ejemplo 1

Por tanto

$$\frac{C}{N}(dB)=10\log\left(\frac{g_{tx}(f_0)\cdot 10^{\frac{-\alpha(f_0)d}{10}}}{g_{tx}(f_0)\cdot 10^{\frac{-\alpha(f_0)d}{10}}\,10^{\frac{-PSELFEXT(dB)_{f_0}}{10}}+g_{tx}(f_0)\cdot 10^{\frac{-PSNEXT(dB)_{f_0}}{10}}}\right)$$

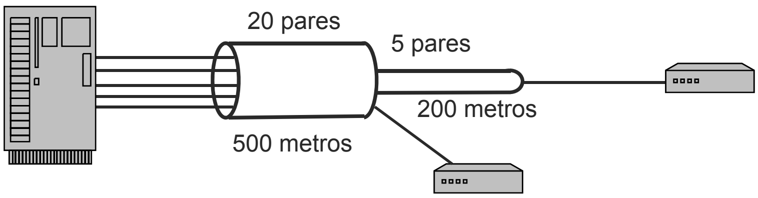
$$\Downarrow$$

$$\frac{C}{N}(dB)=-10\log\left(10^{\frac{-PSELFEXT(dB)_{f_0}}{10}}+10^{\frac{\alpha(f_0)d-PSNEXT(dB)_{f_0}}{10}}\right)$$

$$\Downarrow$$

$$\frac{C}{N}(dB)=-10\log\left(\frac{\psi_{FEXT}f_0^2 d}{(49/N)^{0,6}}+\frac{\psi_{NEXT}f_0^{3/2}}{(49/N)^{0,6}}10^{\frac{\alpha(f_0)d}{10}}\right)$$

Cálculos de diafonía: Ejemplo 2



¿A qué frecuencia se cumple que PSELFEXT = 0dB?

Para los clientes conectados directamente al tubo de 20 pares aplicamos

$$PSELFEXT_1(dB)=0dB=10\log\frac{\left(\frac{49}{19}\right)^{0.6}}{\psi\cdot f^2\cdot d_1}=10\log\frac{\left(\frac{49}{19}\right)^{0.6}}{\psi\cdot d_1}-20\log f(MHz)$$

$$41{,}27=20\log f(MHz)\quad\Rightarrow\quad f=115{,}74MHz$$

Cálculos de diafonía: Ejemplo 2

Para los clientes conectados al tubo de 5 pares aplicamos la expresión

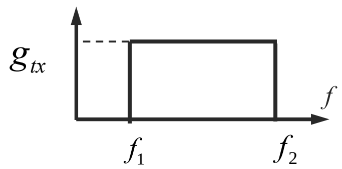
$$PSELFEXT_T = -10\log\left(\sum_{i=1}^{N} 10^{-\frac{PSELFEXT_i}{10}}\right)$$

$$0dB = -10\log\left(\frac{\psi\cdot f^2\cdot d_1}{\left(\frac{49}{19}\right)^{0.6}} + \frac{\psi\cdot f^2\cdot d_2}{\left(\frac{49}{4}\right)^{0.6}}\right)$$

$$0dB = -20\log f - 10\log\left(\frac{\psi\cdot d_1}{\left(\frac{49}{19}\right)^{0.6}} + \frac{\psi\cdot d_2}{\left(\frac{49}{4}\right)^{0.6}}\right) \Rightarrow f = 111{,}68MHz$$

Cálculos de diafonía: Ejemplo 3

Escriba las expresiones (integrales) de la potencia total recibida (p_{rx}) y de la potencia de ruido FEXT (p_{FEXT}) para una señal de frecuencia mínima f_1 y frecuencia máxima f_2 cuando hay N cables interferentes en un tubo de *d* Km. La constante de atenuación es $\alpha(f) = k_1 + k_2\sqrt{f} \quad dB/Km$



$$g_{rx} = g_{tx}10^{-\frac{\alpha(f)d}{10}} \qquad g_{tx} = \frac{p_{tx}}{f_2 - f_1}$$

$$p_{rx}(mW) = \int_{f_1}^{f_2} g_{tx}10^{-\frac{\alpha(f)d}{10}}df = \frac{p_{tx}}{f_2 - f_1}10^{-\frac{k_1 d}{10}}\int_{f_1}^{f_2} 10^{-\frac{k_2 d\sqrt{f}}{10}}df$$

$$p_{FEXT}(mW) = \int_{f_1}^{f_2} g_{tx}\cdot 10^{\frac{-\alpha(f)d - ELFEXT(dB)}{10}}df = g_{tx}\int_{f_1}^{f_2}\frac{\psi d f^2}{(49/N)^{0,6}}10^{-\frac{k_1 d}{10}-\frac{k_2 d\sqrt{f}}{10}}df$$

$$p_{FEXT}(mW) = \frac{p_{tx}}{f_2 - f_1}\frac{\psi d}{(49/N)^{0,6}}10^{-\frac{k_1 d}{10}}\int_{f_1}^{f_2} f^2 10^{-\frac{k_2 d\sqrt{f}}{10}}df$$

Propuesta de trabajo 1

Realizar un programa (no importa el entorno, puede ser cualquiera, por ejemplo Excel, Matlab, etc) que calcule la p_{rx} y la p_{FEXT} para un sistema en función de los siguientes parámetros:

N: Número de cables interferentes

P_{tx}: Potencia total transmitida

f_1 y f_2: frecuencia máxima y mínima de la banda (en MHz)

d: distancia del enlace

k_1 y k_2: coeficientes para el cálculo de la atenuación $\alpha(f) = k_1 + k_2\sqrt{f} \quad dB/Km$

Para probar el código se pide representar dos gráficas: la relación S/N para el ruido FEXT frente a la frecuencia f_2 (desde 200 KHz a 10 MHz) y frente a la distancia d (desde 200 metros a 4 Km), tomado como valores de referencia:

N = 30, P_{tx}= 10 dBm, f_1 = 100 KHz f_2: 1 MHz, d = 1 Km, k_1 = 1,5 y k_2 = 15.

$$\int x^2\, 10^{c\sqrt{x}}\, dx =$$

$$10^{c\sqrt{x}}\left(-\frac{240}{c^6\log^6(10)} + \frac{240\sqrt{x}}{c^5\log^5(10)} - \frac{120\,x}{c^4\log^4(10)} + \frac{40\,x^{3/2}}{c^3\log^3(10)} - \frac{10\,x^2}{c^2\log^2(10)} + \frac{2\,x^{5/2}}{c\log(10)}\right)$$

$$\int 10^{c\sqrt{x}}\, dx =$$

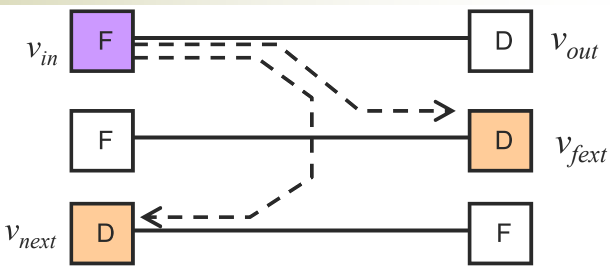
$$10^{c\sqrt{x}}\left(\frac{2\sqrt{x}}{c\,(\log(2)+\log(5))} - \frac{2}{c^2\,(\log(2)+\log(5))^2}\right)$$

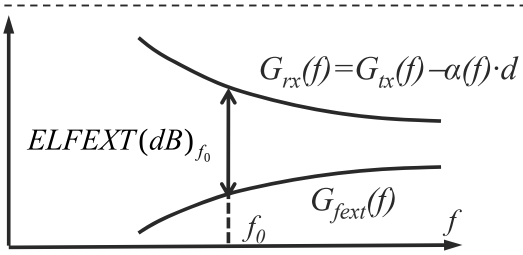
Resumen 3: Diafonía

Expresiones generales FEXT y NEXT:

$$FEXT(dB) = 10\log\frac{g_{tx}(f)}{g_{fext}(f)}$$

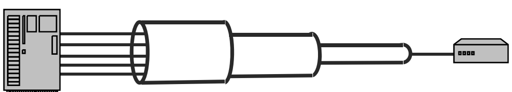
$$NEXT(dB) = 10\log\frac{g_{tx}(f)}{g_{next}(f)}$$





$$ELFEXT(dB) = 10\log\frac{g_{rx}(f)}{g_{fext}(f)}$$

$$g_{FEXT}(f) = g_{rx}(f)\cdot 10^{-\frac{ELFEXT(dB)}{10}}\ mW/Hz \;\Rightarrow\; p_{FEXT}(mW) = \int_{f_1}^{f_2} g_{rx}(f)\cdot 10^{-\frac{ELFEXT(dB)}{10}}\, df$$



PS_ELFEXT_i

$$PSELFEXT_T = -10\log\left(\sum_{i=1}^{N} 10^{-\frac{PSELFEXT_i}{10}}\right)$$

Test 3

- La atenuación de diafonía
  - Aumenta con la frecuencia y disminuye con la distancia
  - Aumenta con la distancia y disminuye con la frecuencia
  - Aumenta con la frecuencia y con la distancia
  - Disminuye con la frecuencia y con la distancia

- Si una línea tiene un FEXT = 3 dB quiere decir que
  - La señal útil recibida tiene el doble que la potencia que la telediafonía recibida
  - La señal útil transmitida tiene el doble que la potencia que la telediafonía recibida
  - La telediafonía recibida tiene el doble que la potencia que la señal útil transmitida
  - La telediafonía recibida tiene el doble que la potencia que la señal útil recibida

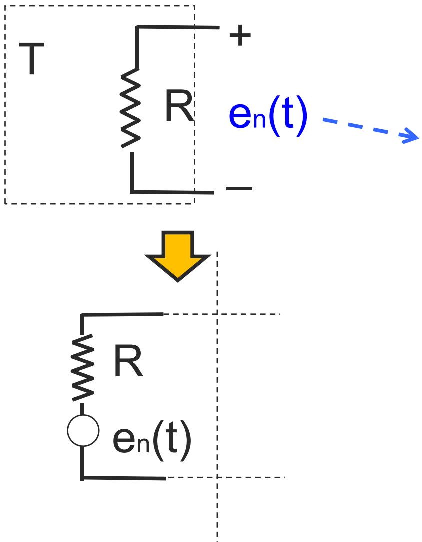
Tema 1. Introducción a los sistemas de transmisión en línea

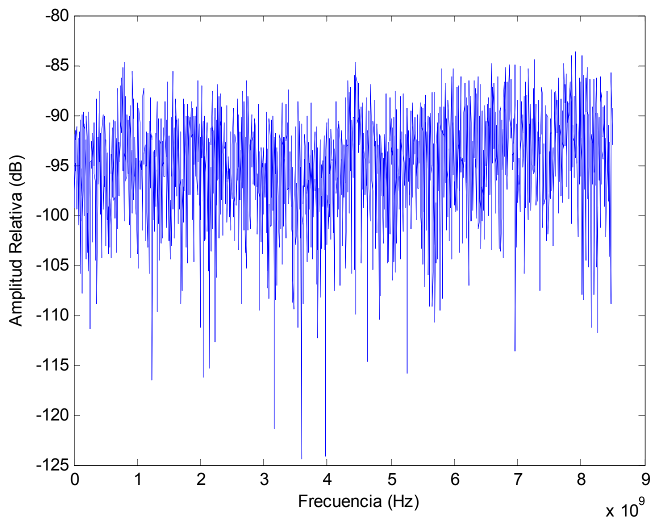
Contenidos:

- Objetivos
- Bibliografía
- Representaciones logarítmicas
- Distorsión
- Diafonía
- **Ruido**
- Líneas de transmisión metálicas

Ruido

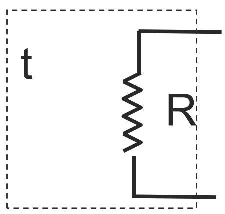
Ruido térmico: es una perturbación de carácter aleatorio que aparece de forma natural en los conductores por agitación de los electrones.
Su potencia aumenta linealmente con la temperatura.
También se denomina “ruido blanco” ya que se puede considerar que su densidad espectral de potencia es constante a las frecuencias de trabajo.

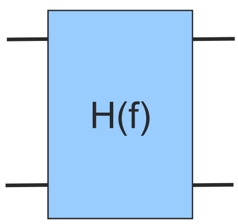




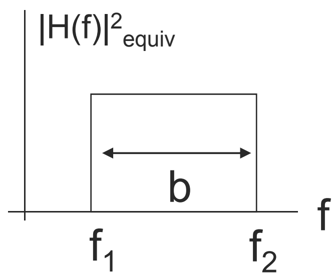
Ruido

¿Cuál es la potencia de ruido térmico (n) a la salida de una resistencia?





Hay que considerar el ancho de banda equivalente de ruido del sistema donde se conecta la resistencia



$$n = k \cdot t \cdot b$$

n: *potencia de ruido en W*

k: *constante de Boltzman = 1,381·10^{-23} jul / ºK*

t: *Temperatura absoluta ºK*

b: *ancho de banda en Hz del sistema*

Ruido: Ejemplo 1

Ejemplo: ¿Cuál es la potencia de ruido una señal de 3,1 KHz (el ancho de banda de un canal de voz telefónico) a la temperatura típica de referencia t_0= 290 ºK (17 ºC)?

$$n = k \cdot t \cdot b = 1{,}381 \cdot 10^{-23} \cdot 290 \cdot 3100 = 1{,}24 \cdot 10^{-17}\ W$$

¿Cuánto vale en dBm?

$$N = 10 \log \frac{1.24 \cdot 10^{-17}}{10^{-3}} = -139 dBm$$

Ruido: Ejemplo 2

EJEMPLO: Determinar la potencia necesaria de señal, a temperatura ambiente para:

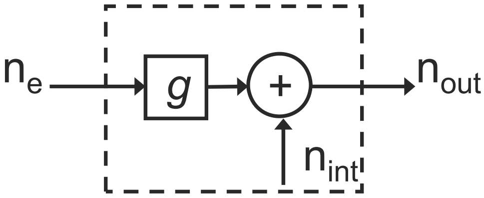
a) Radiodifusión AM, B = 5 KHz

b) TV, B = 6 MHz

si queremos una relación señal / ruido de 40 dB.

Factor de Ruido

En un cuadripolo de ganancia g, la potencia disponible de ruido a su salida (n_s) es mayor que el producto de la ganancia por la potencia disponible de ruido a su entrada n_e ya que **el propio dispositivo genera en su interior ruido térmico de potencia n_i que contribuye a aumentar el ruido de salida**



El ruido a la salida será:

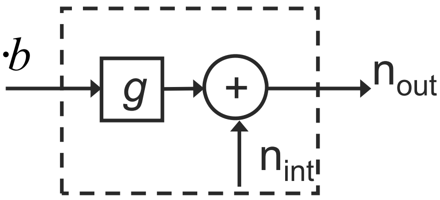
$$\mathbf{n_{out} = n_e \cdot g + n_{int}}$$

$$\text{Factor de Ruido} = \frac{\text{Potencia total de ruido a la salida}}{\text{Potencia de ruido a la salida si la resistencia de entrada está a } t_0\text{, y el cuadripolo no introduce ruido}}$$

Factor de Ruido

Factor de Ruido, $\mathbf{f_n}$

$$n_e = k \cdot t_0 \cdot b$$



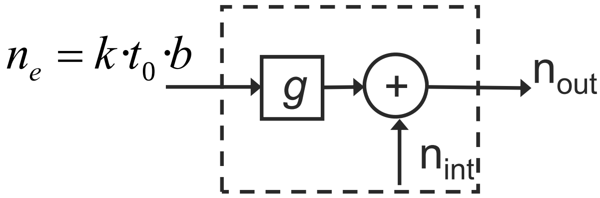
$$f_n = \frac{n_{out}}{k t_0 b g}$$

- Es lineal (no logaritmico)
- Adimensional
- Siempre mayor que 1

En dB se denomina "figura de ruido": $\boxed{F_N(dB) = 10\log f_n}$

Factor de Ruido

El factor de ruido nos permite calcular el ruido a la salida si el ruido a la entrada es $k{\cdot}t_0{\cdot}b$



La potencia de ruido a la salida de un cuadripolo de factor de ruido f_n a la temperatura t_o con un ruido a la entrada $n_e = k{\cdot}t_0{\cdot}b$ es:

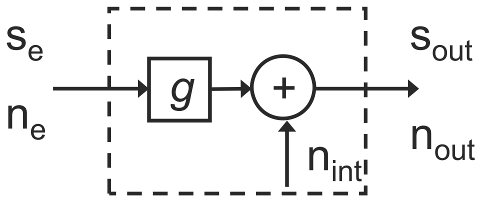
$$\boxed{n_{out} = k{\cdot}t_0{\cdot}b{\cdot}g{\cdot}f_n}$$

La potencia de ruido interno se puede expresar como:

$$n_{\text{int}} = k{\cdot}t_0{\cdot}b{\cdot}g{\cdot}(f_n - 1)$$

Factor de Ruido

El factor de ruido es de gran importancia para determinar uno de los parámetros de calidad más importantes de los sistemas de transmisión: la relación señal a ruido s/n:



$s_{out} = g{\cdot}s_e$

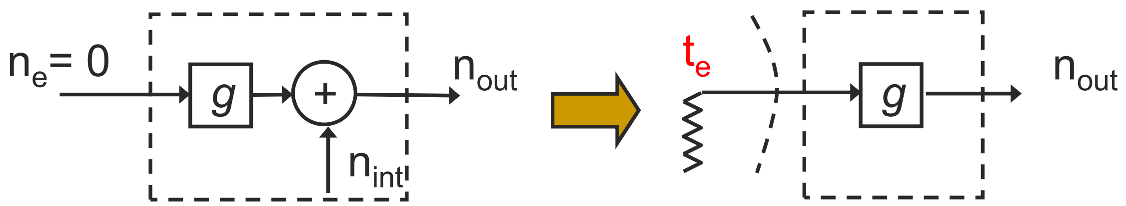
$n_{out} = n_e{\cdot}g{\cdot}f_n$

$$\frac{s_{out}}{n_{out}} = \frac{1}{f_n}\frac{s_e}{n_e} \rightarrow f_n = \frac{\left(\dfrac{s_e}{n_e}\right)}{\left(\dfrac{s_{out}}{n_{out}}\right)}$$

El factor de ruido es el cociente entre las relaciones señal ruido a la entrada y a la salida <u>cuando la temperatura de la fuente es t_0</u>

Temperatura equivalente de Ruido

Definición 1. t_e: Temperatura a la que debería estar el dispositivo a la entrada para que la potencia de ruido a la salida del sistema, si éste no introdujera ruido, fuera la que genera el sistema



Cuadripolo ruidoso   Cuadripolo no ruidoso

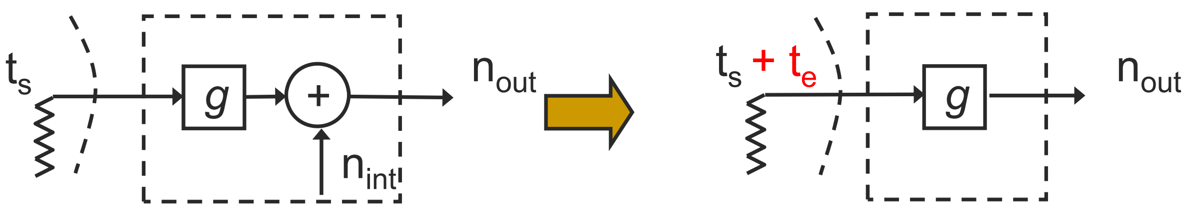
$$n_{out} = n_{int} \Rightarrow n_{out} = n_{int} = k \cdot t_e b \cdot g$$

Definición 2:

$$\text{Temperatura equivalente de ruido } (t_e) = \frac{\text{Potencia de ruido interno}}{k.b.g}$$

Temperatura equivalente de Ruido

Generalizando, cuando se conecta a la entrada del cuadripolo una fuente ruidosa:

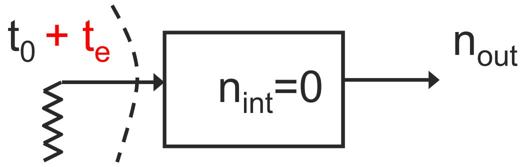


$$n_{out} = n_e \cdot g + n_{int} \rightarrow n_{out} = k \cdot t_s \cdot b \cdot g + n_i \Rightarrow \boxed{n_{out} = k \cdot (t_s + t_e) \cdot b \cdot g}$$

t_e: Valor que hay que sumar a la temperatura de la fuente para obtener la potencia de ruido a la salida n_s suponiendo que el dispositivo no introduce ruido

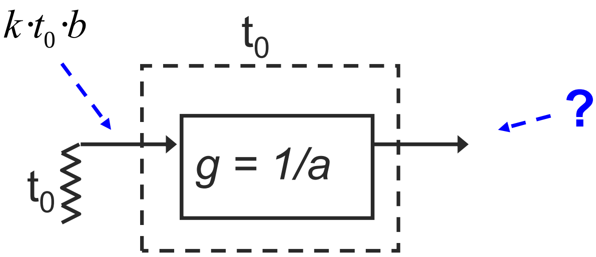
Temperatura equivalente de Ruido

¿Cuál es la relación de t_e con el factor de ruido?



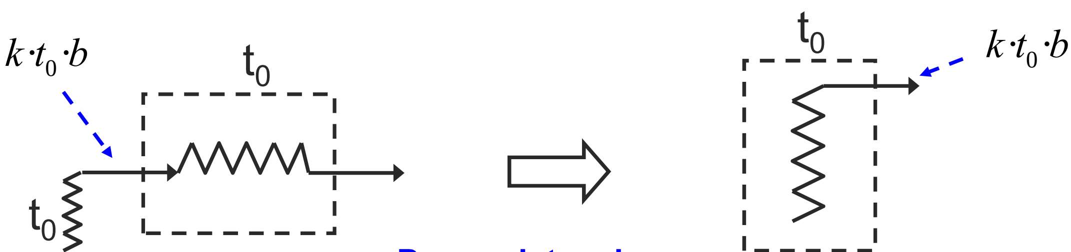
$$\left.\begin{aligned} t_e &= \frac{n_{\text{int}}}{k\cdot b\cdot g} \\ n_{\text{int}} &= k\cdot t_0\cdot b\cdot g\cdot(f_n-1) \end{aligned}\right\} \quad \boxed{t_e = t_0(f_n-1)} \quad \Leftrightarrow \quad f_n = \frac{t_0+t_e}{t_0}$$

Factor de ruido de un atenuador



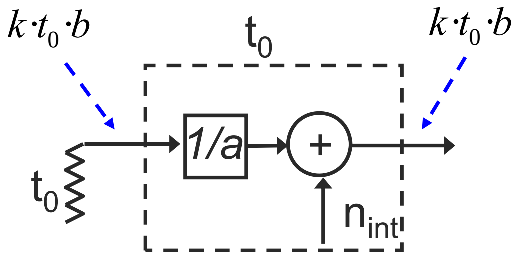
¿Qué ruido presenta a la salida?

Un atenuador (dispositivo pasivo con pérdidas) equivale circuitalmente a una resistencia, por tanto



Dos resistencias en serie equivalen a una sola resistencia

Factor de ruido de un atenuador



$$n_{out} = k \cdot t_0 \cdot b$$

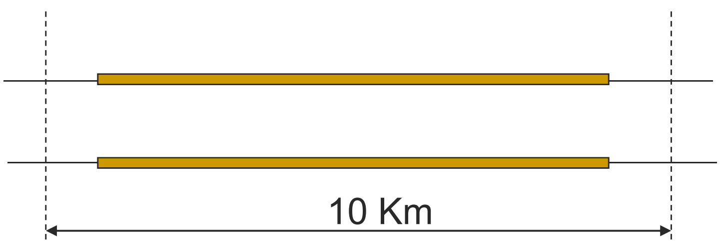
Aplicando la definición

$$f_n = \frac{n_{out}}{kt_0bg} \longrightarrow f_n = \frac{kt_0b}{kt_0bg} = \frac{1}{g} = a \qquad (g = 1/a)$$

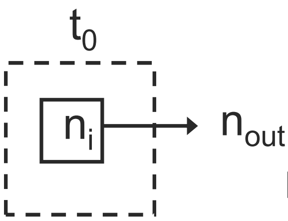
Si el atenuador está a t_0 $\longrightarrow$ $\boxed{f_n = a}$

Factor de ruido de un atenuador

Calcular factor de ruido si la atenuación es α = 0.2 dB/Km



Factor de ruido de un dipolo

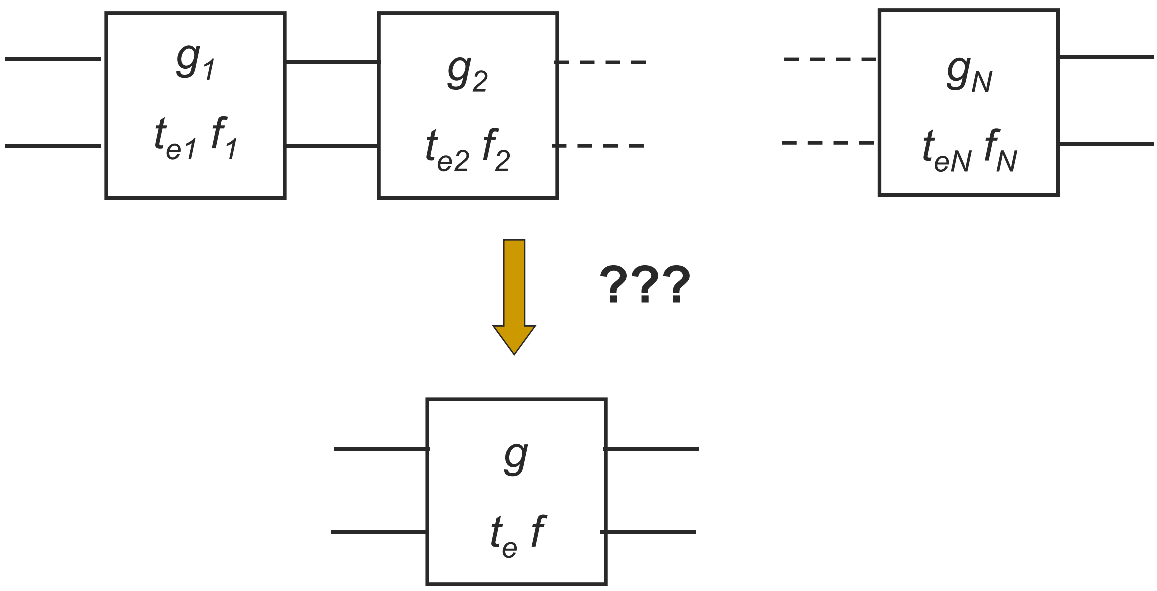


Ejemplo, una salida de antena, un transmisor...

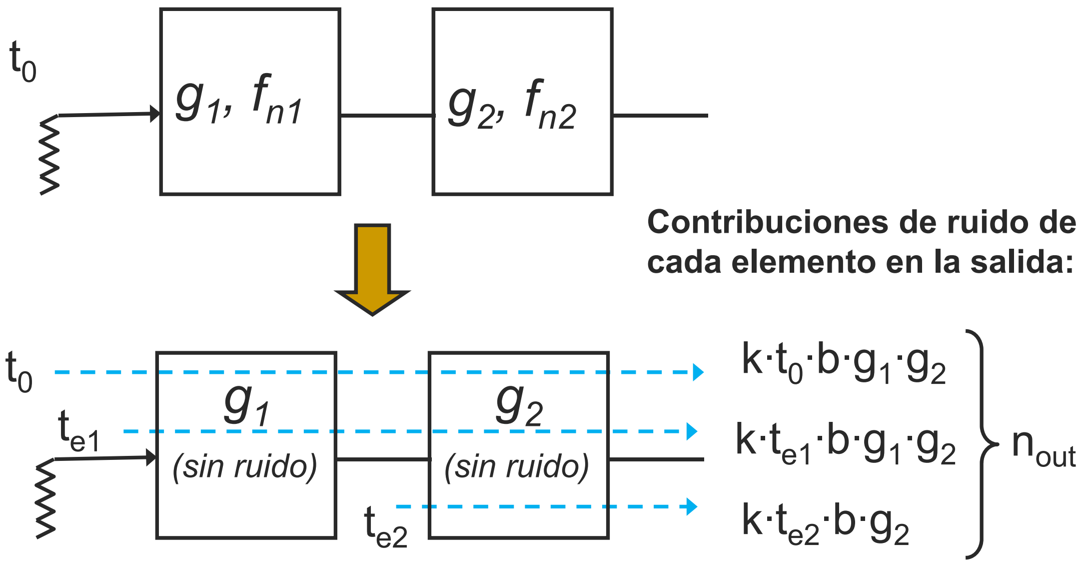
En un dipolo sólo existe acceso a los terminales de salida, y las únicas fuentes de ruido son internas. Si la potencia disponible de ruido en los bornes del dipolo es n, se definen el factor de ruido y la temperatura de ruido como sigue:

$$\left.\begin{aligned} f_n &= \frac{n_{out}}{kt_0 b} \\ t_n &= f_n t_0 \end{aligned}\right\} \Longrightarrow n_{out} = n_{\text{int}} = kt_0 b f_n = kt_n b$$

Cuadripolos en cascada

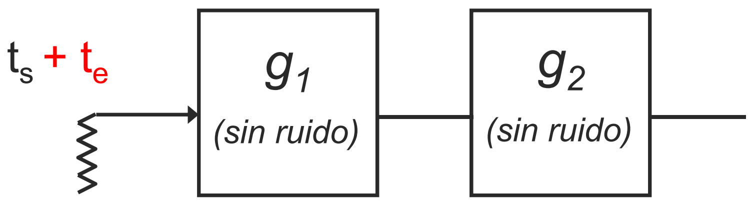


Cuadripolos en cascada



$$n_s = k \cdot b \cdot g_1 \cdot g_2 \cdot (t_0 + t_{e1} + t_{e2}/g_1)$$

Cuadripolos en cascada



$$n_{out} = k \cdot b \cdot g_1 \cdot g_2 \cdot (t_0 + t_{e1} + t_{e2}/g_1) \rightarrow n_{out} = k \cdot b \cdot g_1 \cdot g_2 \cdot (t_0 + t_e)$$

$$t_e = t_{e1} + \frac{t_{e2}}{g_1}$$

Esta expresión se puede generalizar:

$$t_e = t_{e1} + \frac{t_{e2}}{g_1} + \frac{t_{e3}}{g_1 g_2} + \ldots + \frac{t_{en}}{g_1 g_2 \cdots g_{n-1}}$$

Cuadripolos en cascada

$$t_e = t_{e1} + \frac{t_{e2}}{g_1} + \frac{t_{e3}}{g_1 g_2} + \ldots + \frac{t_{en}}{g_1 g_2 \cdots g_{n-1}}$$

$$t_e = t_0(f - 1)$$

Equivale a:

(Fórmula de Friis)

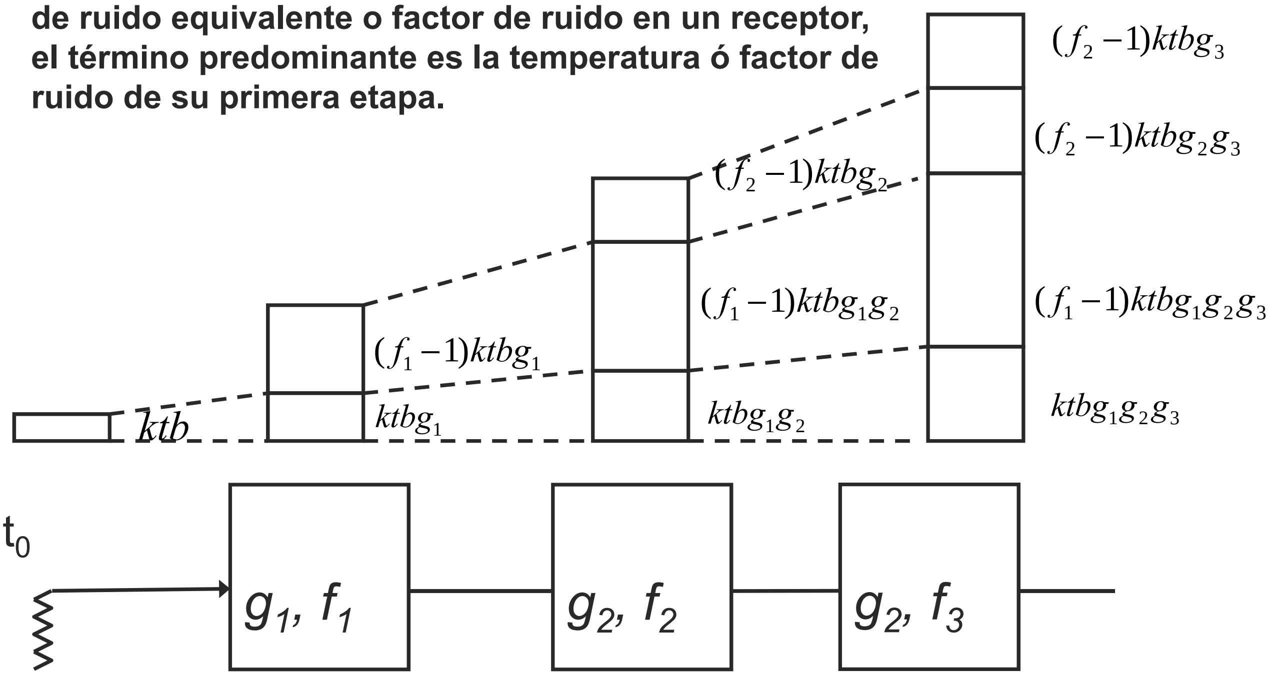
$$\boxed{f_{Total} = f_1 + \frac{f_2 - 1}{g_1} + \frac{f_3 - 1}{g_1 g_2} + \ldots + \frac{f_n - 1}{g_1 g_2 \cdots g_{n-1}}}$$

$$\Updownarrow$$

$$f_{Total} = f_1 + \sum_{i=2}^{n} (f_i - 1) \left(\prod_{k=1}^{n-1} g_k \right)^{-1}$$

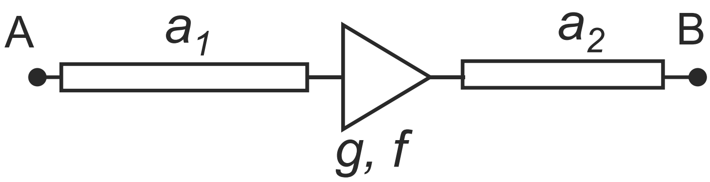
Cuadripolos en cascada

De la fórmula de Friis se deduce que en la temperatura de ruido equivalente o factor de ruido en un receptor, el término predominante es la temperatura ó factor de ruido de su primera etapa.



Cálculos de ruido: Ejemplo 1

Considere el siguiente sistema de transmisión. Suponiendo que en el punto A la temperatura de ruido es t_0, obtenga la expresión del valor máximo del factor de ruido del amplificador intermedio para que el ruido térmico a la salida (punto B) no supere n_{Bmax}

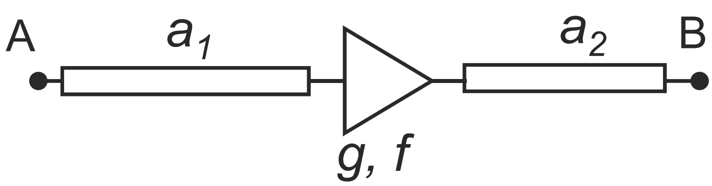


El ruido térmico en B es $n_B = k \cdot t_0 \cdot b \cdot g_T \cdot f_T$

Dónde g_T es la ganancia del conjunto y f_T el factor de ruido del conjunto

La limitación de ruido implica que $f_T \le \dfrac{n_{B\max}}{k \cdot t_0 \cdot b \cdot g_T}$

Cálculos de ruido: Ejemplo 1



$$f_T \le \frac{n_{B\max}}{k \cdot t_0 \cdot b \cdot g_T}$$

$$g_T = \frac{1}{a_1 a_2} g$$

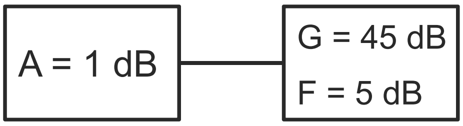
Y aplicando Friis $f_T = a_1 + \dfrac{f-1}{1/a_1} + \dfrac{a_2 - 1}{g/a_1}$

$$f_T = a_1 + a_1 f - a_1 + \frac{a_2 - 1}{g/a_1} \Rightarrow f = \frac{1}{a_1}\left(f_T - \frac{a_2 - 1}{g/a_1} \right)$$

$$f \le \frac{1}{a_1}\left(\frac{a_1 a_2 n_{B\max}}{k \cdot t_0 \cdot b \cdot g} - \frac{a_2 - 1}{g/a_1} \right)$$

Cálculos de ruido: Ejemplo 2

Considere la siguiente cadena de dos cuadripolos. Calcule:
a)Temperatura equivalente del sistema.
b) Temperatura de ruido a la salida si a la entrada se conecta una fuente de ruido de 400 ºK



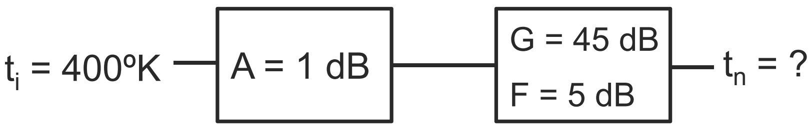
a)

$$t_e = t_0(f_T - 1)$$

$$f_T = a + \frac{f-1}{1/a} = af = 10^{0,1} \cdot 10^{0,45} = 3{,}98$$

$$t_e = 290(3{,}98 - 1) = 865^{\circ} K$$

Cálculos de ruido: Ejemplo 2



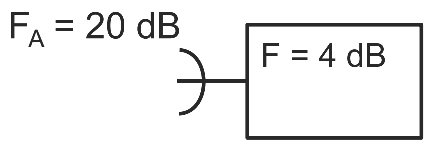
b)

$$\left.\begin{aligned} n_{out} &= k(t_i + t_e) b g_T \\ n_{out} &= k t_n b \end{aligned}\right\} \Rightarrow t_n = (t_i + t_e) g_T = (t_i + t_e)\frac{g}{a}$$

$$t_n = (400 + 865)\frac{10^{4,5}}{10^{0,1}} = 31{,}76 \cdot 10^{6\,\circ} K$$

Cálculos de ruido: Ejemplo 3

Se conecta una antena cuya figura de ruido es de 20 dB a un receptor cuya figura de ruido es de 4 dB y cuyo ancho de banda es de 3 KHz. La relación S/N a la salida del receptor debe ser superior a 10 dB. ¿Cuál debe ser la potencia mínima de señal a la salida de la antena?



$$\frac{s_{out}}{n_{out}} = \frac{s_{in} g}{k \cdot (t_e + t_a) \cdot b \cdot g} \Rightarrow s_{in} = k \cdot (t_e + t_a) \cdot b \cdot \frac{s_{out}}{n_{out}}$$

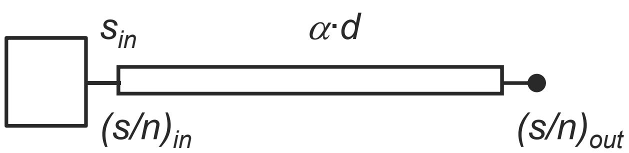
$$t_a = f_a t_0 = 10^2 290 = 2900^{\text{o}} K$$

$$t_e = t_0 (f - 1) = 290(10^{0,4} - 1) = 1160^{\text{o}} K$$

$$s_{in,\min} = 1{,}38 \cdot 10^{-3} \cdot (2900 + 1160) \cdot 3000 \cdot 10 = 3 \cdot 10^{-14} W = -109 dBm$$

Cálculos de ruido: Ejemplo 4

Por un cable metálico, cuya atenuación es de 4 dB por kilómetro, se transmite una señal de 2 KHz con una potencia de 5 dBm, siendo la relación S/N de la fuente de 90 dB. Calcule la distancia máxima que podría tener el cable si la relación S/N en el extremo receptor debe ser como mínimo de 30 dB (Suponga atenuación constante en 2KHz).



La relación señal a ruido en recepción es

$$\frac{s_{out}}{n_{out}} = \frac{s_{in}(1/a)}{k \cdot (t_e + t_s) \cdot b \cdot (1/a)} = \frac{s_{in}}{k \cdot (t_e + t_s) \cdot b}$$

Donde t_s es la temperatura de ruido en el transmisor

Cálculos de ruido: Ejemplo 4

Calculamos t_s a partir de la relación $(s/n)_{in}$

$$\frac{s_{in}}{n_{in}} = \frac{s_{in}}{k \cdot t_s \cdot b} \;\Rightarrow\; t_s = \frac{s_{in}}{k \cdot b \cdot (s_{in}/n_{in})} = \frac{10^{\frac{5}{10}} \cdot 10^{-3}(W)}{1{,}38 \cdot 10^{-23} \cdot 2000 \cdot 10^{\frac{90}{10}}} = 1{,}14 \cdot 10^{8}\ {}^{\mathrm{o}}K$$

Expresamos t_e en función de la constante de atenuación (α)

$$t_e = t_0(f-1) = t_0(a-1) = t_0\left(10^{\alpha \cdot d/10} - 1\right)$$

Despejamos t_e de la relación señal a ruido en recepción

$$t_s = \frac{s_{in}}{k \cdot b \cdot (s_{out}/n_{out})} - t_s \;\Rightarrow\; 10^{\alpha \cdot d/10} = \frac{s_{in}}{k \cdot b \cdot (s_{out}/n_{out}) \cdot t_0} - \frac{t_s}{t_0} + 1$$

Por tanto

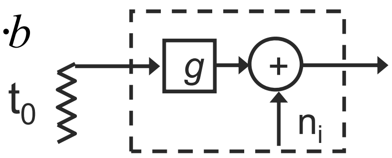
$$\alpha \cdot d = 10 \cdot \log\left(3{,}95 \cdot 10^{10}\right) \Rightarrow d_{\max} = 26{,}5\ Km$$

Resumen 4: Ruido

Potencia de ruido en los bornes de una resistencia a una temperatura ***t***: ***n = k·t·b***

Ruido a la salida de un cuadripolo (siempre introduce ruido interno).

$$n_e = k \cdot t_0 \cdot b$$

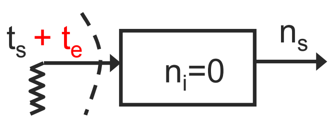


$$n_{out} = k \cdot t_0 \cdot b \cdot g \cdot f$$

t_0= 290 ºK (17 ºC)

f → Factor de ruido $\qquad F(dB) = 10 \log f$ →"figura de ruido"

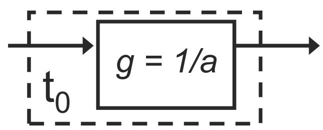
Temperatura equivalente de ruido:



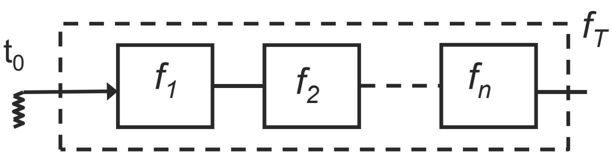
$$t_e = t_0(f-1)$$

$$n_{out} = k(t_s + t_e)bg$$

Factor de ruido de un atenuador:



$$f = a$$



⇨ **(Fórmula de Friis)**

$$f_T = f_1 + \sum_{i=2}^{n} (f_i - 1)\left(\prod_{k=1}^{n-1} g_k\right)^{-1}$$

Test 4

- La potencia del ruido térmico a la salida de una resistencia
  - Aumenta linealmente con la temperatura
  - Aumenta linealmente con la resistencia
  - Aumenta linealmente con la temperatura y con la resistencia

- El factor de ruido de un dispositivo
  - Es un factor adimensional
  - Puede venir dado en dBm
  - Es siempre menor que 1
  - Depende de la constante de Boltzmann

Test 4

- En un atenuador, a 17 ºC
  - El factor de ruido es igual a la atenuación
  - El factor de ruido es igual a la ganancia
  - El factor de ruido es siempre 1

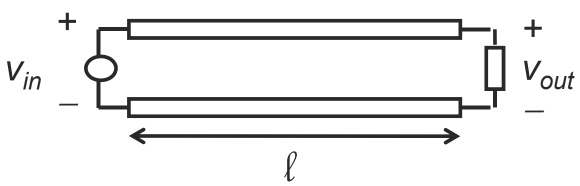
- Para mejorar disminuir el ruido que introduce una cadena de cuadripolos
  - Conviene iniciar la cadena con un atenuador
  - Conviene iniciar la cadena con un amplificador
  - El ruido introducido no depende del orden de los cuadripolos

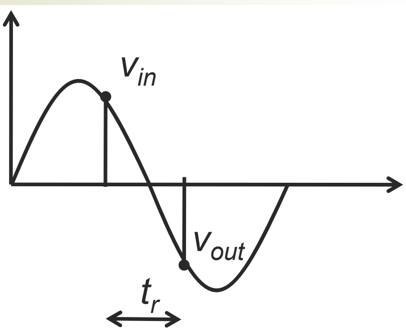
Tema 1. Introducción a los sistemas de transmisión en línea

Contenidos:

- Objetivos
- Bibliografía
- Representaciones logarítmicas
- Distorsión
- Diafonía
- Ruido
- **Líneas de transmisión metálicas**

Señales que varían en el tiempo





$$t_r = \frac{l}{v_{prop}}$$

Se puede ignorar el efecto del tiempo de transmisión si

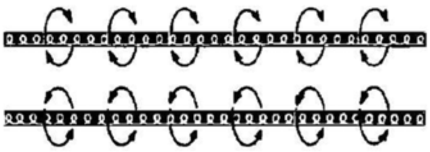
$$T = \frac{1}{f} >> t_r \rightarrow \frac{1}{f} >> \frac{l}{v_{prop}} \rightarrow \frac{v_{prop}}{f} >> l \rightarrow \lambda >> l$$

Parámetros primarios: R, L, C y G

R: Resistividad (Ω/m)

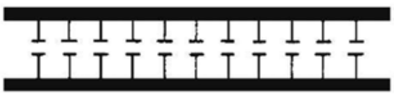
Cuando la corriente fluye a través del conductor, éste, al no tener una conductividad infinita, se producen pérdidas. Se expresa en Ω/m.

L: inductancia (H/m)



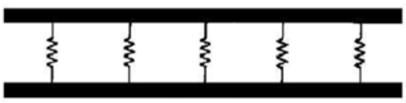
Cuando la corriente fluye a través de una cable, se inducen campos magnéticos alrededor. Al aumentar y decrecer la amplitud de la corriente, el campo alrededor del cable se expande y contrae simultáneamente. La energía producida por la contracción de los campos magnéticos tiende a mantener la corriente fluyendo en la misma dirección. Este efecto representa una inductancia. Se expresa en H/m

C: capacitancia (F/m)



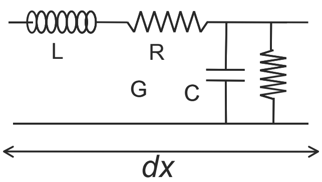
Los dos hilos actúan como los planos conductores de un condensador, y al existir una diferencia de potencial entre ellos existe también un campo eléctrico que da lugar a una oposición al cambio en la tensión de la línea y por tanto a un efecto capacitivo. Se expresa en F/m.

G: conductancia (S/m)

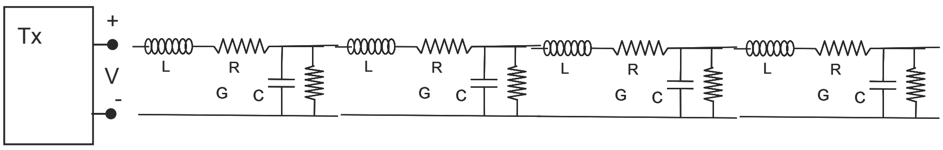


Ningún dieléctrico es un aislante perfecto, por lo que siempre existe una pequeña corriente fluyendo entre los dos conductores. De hecho, el aislante supone una resistencia (muy elevada) entre los dos hilos. Se expresa en Ω^{-1}/m o S/m.

Modelo circuital de una línea



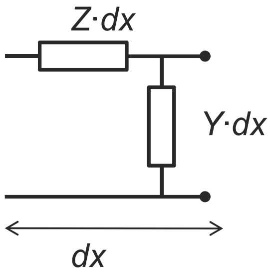
Modelo circuital de una línea de transmisión con parámetros distribuidos.



R: resistencia (Ω/m)
L: inductancia (H/m)
C: capacitancia (F/m)
G: conductancia (S/m)

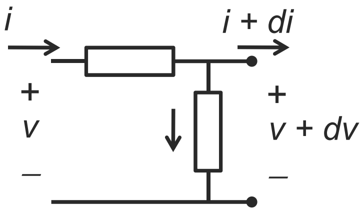
Ecuaciones de la línea de transmisión

Modelo circuital de una línea de transmisión con parámetros distribuidos.



Z: Impedancia = R +jwL
Y: Admitancia = G + jwC

Se aplican las leyes de Kirchoff en el diferencial de línea



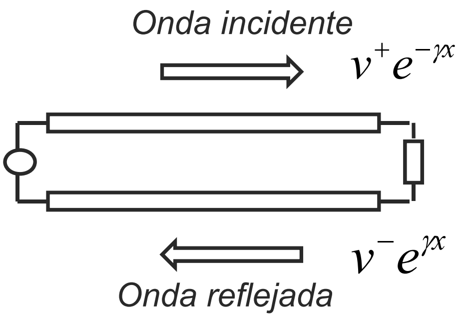
$$v + dv = v - iZdx \rightarrow \frac{dv}{dx} = -iZ$$

$$i + di = i - (v + dv)Ydx \rightarrow \frac{di}{dx} = -vY$$

$$\frac{d^2 v}{dx^2} = -Z\frac{di}{dx} \rightarrow \frac{d^2 v}{dx^2} = (ZY)v$$

Solución de las ecuaciones

Solución de la ecuación diferencial: $v = v^{+}e^{-\gamma x} + v^{-}e^{\gamma x}$

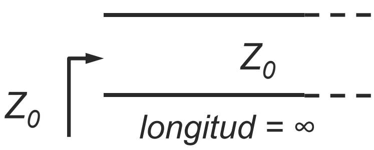


$$\gamma = \sqrt{ZY} = \alpha + j\beta$$

cte. de propagación

$$i = \frac{1}{Z_0}(v^{+}e^{-\gamma x} - v^{-}e^{\gamma x})$$

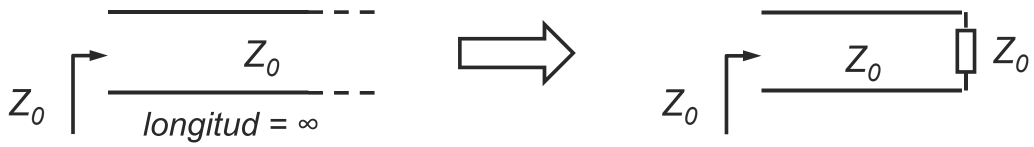
$$Z_0 = \sqrt{\frac{Z}{Y}}$$ *Impedancia característica*



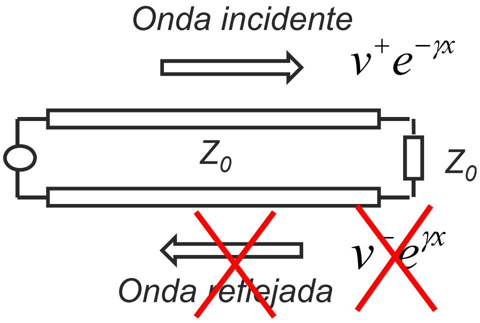
$$\frac{v}{i} = Z_0 \left.\frac{v^{+}e^{-\gamma x} + v^{-}e^{\gamma x}}{v^{+}e^{-\gamma x} - v^{-}e^{\gamma x}}\right|_{x=-\infty} = Z_0$$

Impedancia característica: es la impedancia que presentaría la línea si ésta fuera infinitamente larga.

Impedancia característica



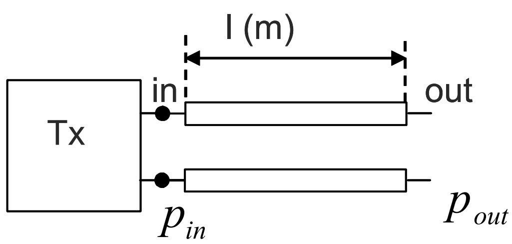
Si la impedancia con la que termina la línea es igual a su impedancia característica, la línea es equivalente a una línea infinita.



- Por tanto no hay onda reflejada.
- Toda la potencia se entrega a la carga.
- Se dice que la carga está **adaptada**.
- Es la situación en la que debe ser diseñado un sistema.

Potencia y constante de atenuación

En una línea con carga adaptada se obtiene (a partir de la tensión y la corriente) la siguiente expresión de potencia :



$$p_{out} = p_{in} \cdot e^{-2\alpha l}$$

$$\frac{p_{in}}{p_{out}} = e^{2\alpha l} \rightarrow \alpha l = \frac{1}{2} Ln \frac{p_{in}}{p_{out}}$$

αl es la atenuación en Nepers

α es la constante de atenuación y viene dada en Nepers/m

Consideramos dos contribuciones para la atenuación: $\alpha = \alpha_c + \alpha_d$

α_c Constante de atenuación en conductores (Nepers/m)

α_d Constante de atenuación en el dieléctrico (Nepers/m)

Resumen de parámetros

LÍNEAS DE TRANSMISIÓN METÁLICAS:

- **<u>Cable de pares</u>**
- **<u>Coaxial</u>**

Dos tipos de parámetros:

- **Primarios:** dependen del método de construcción, del calibre de los cables y de la frecuencia
  - <u>Longitudinales</u>: R (ohm) y L (milihenrios) dependen de long.
  - <u>Transversales</u>: C (microfaradios) y G (Siemens)
- **Secundarios:** especifican la línea desde el punto de vista de transmisión
  - Impedancia característica
  - Constante de atenuación

Relación primarios - secundarios

Constante de atenuación en función de los parámetros primarios:

$$\alpha = \left\{ \frac{1}{2} \left[\sqrt{\left(R^2 + \omega^2 L^2\right)\left(G^2 + \omega^2 C^2\right)} + RG - \omega^2 LC \right] \right\}^{1/2} \left(N/m\right)$$

Impedancia característica:

$$Z_0 = \sqrt{\frac{Z}{Y}} = \sqrt{\frac{R + j\omega L}{G + j\omega G}}$$

Relación primarios - secundarios

Para la constante de atenuación se emplean las ecuaciones de Rosen, más cómodas de manejar

$$\alpha = \sqrt{\frac{R\omega C}{\sin\delta_c \cdot \cos\delta_c}} \sin\left(\frac{\delta_c + \delta_d}{2}\right)(N/m)$$

$$\delta_c = \arctan\left(\frac{R}{wL}\right)$$

$$\delta_d = \arctan\left(\frac{G}{wC}\right)$$

Parametros secundarios: aproximaciones

Aproximación para baja frecuencia: Se considera que se está trabajando en baja frecuencia cuando:

$$\frac{R}{\omega \cdot L} > 10 \rightarrow f < \frac{R}{2\pi \cdot L \cdot 10}$$

En este caso:

$$Z_0 = \sqrt{\frac{R}{2wC}}(1-j) \quad \Rightarrow \quad |Z_0| = \sqrt{\frac{R}{wC}}$$

$$\alpha = \sqrt{\frac{\omega \cdot R \cdot C}{2}} \quad (N/m)$$

Parametros secundarios: aproximaciones

Aproximación para alta frecuencia: Se considera que se está trabajando en alta frecuencia cuando:

$$\frac{R}{\omega \cdot L} < 0{,}4 \rightarrow f > \frac{R}{2\pi \cdot L \cdot 0{,}4}$$

En este caso:

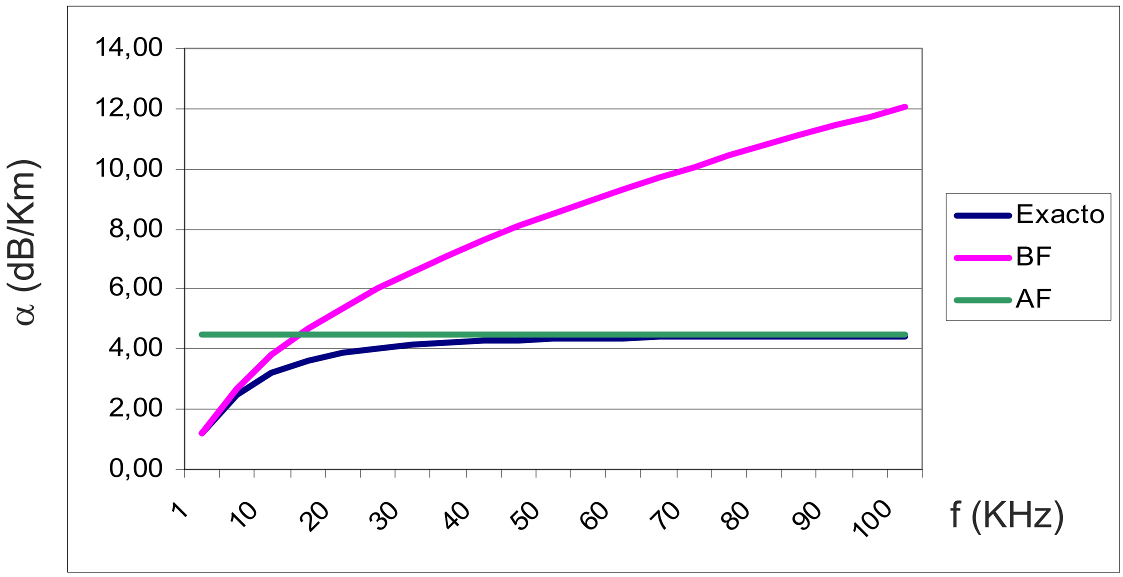
$$Z_0 = \sqrt{\frac{L}{C}}$$

Asumiendo G→ 0

$$\alpha = \alpha_c + \alpha_d = \frac{R}{2Z_0} + \frac{GZ_0}{2} \Rightarrow \alpha = \frac{R}{2Z_0} = \frac{R}{2}\sqrt{\frac{C}{L}} \quad (N/m)$$

Parametros secundarios: Ejemplo

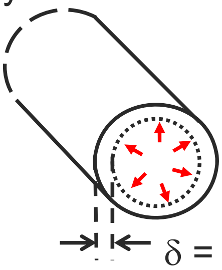
Comparativa para: R = 122 Ω/Km, G = 10 μS/Km, L= 0,7 mH/Km, C = 50 nF/Km



Variación de los parámetros primarios

Frecuencia de la Señal:
En general supondremos que C, G y L son constantes con la frecuencia. Sólo R variará con la frecuencia por el efecto pelicular.

Efecto pelicular: su efecto es mayor cuanto mayor es la frecuencia
La señal se concentra en la superficie ➔ Superficie útil es menor ➔ mayor resistencia.



$$\delta = \frac{1}{\sqrt{\sigma_c \cdot \pi \cdot \mu \cdot f}}$$

σ_c=conductividad

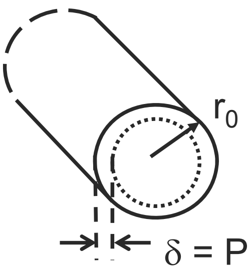
μ = permeabilidad magnética

δ = Profundidad de penetración

En el caso particular del cobre: $$\delta = \frac{0.066}{\sqrt{f}}$$

Variación de los parámetros primarios

Efecto pelicular: Cálculo de la resistencia del cable. Se emplea el parámetro “u” para determinar si el efecto se debe tener en cuenta.



$$u = \sqrt{2}\frac{r_0}{\delta}$$

En el caso del cobre:

$$u = 21{,}4 \cdot r_0(mm) \cdot \sqrt{f(MHz)}$$

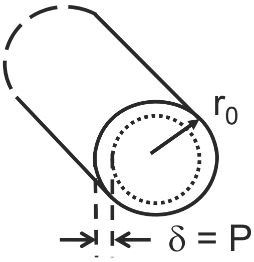
δ = Profundidad de penetración

Si u < 1 →Baja Frecuencia →R(f) = R(0)

Si u > 1 →Alta Frecuencia → $$\frac{R(f)}{R(0)} = \frac{1}{4}\left[1 + \sqrt[6]{3^6 + 8u^6}\right]$$

Variación de los parámetros primarios

¿Qué efecto tiene la frecuencia en la atenuación?



$$\delta = \frac{0.066}{\sqrt{f}} \qquad u = \sqrt{2}\,\frac{r_0}{\delta} \qquad \frac{R(f)}{R(0)} = \frac{1}{4}\left[1 + \sqrt[6]{3^6 + 8u^6}\right]$$

δ = Profundidad de penetración

$$\alpha = \frac{R}{2Z_0} = \frac{R}{2}\sqrt{\frac{C}{L}} \quad (N/m)$$

Aumenta f ⇒ Menor δ ⇒ Mayor R ⇒ Mayor α

R y α aumentan con $\sqrt{f}$

Atenuación a muy alta frecuencia

1ª condición: Se cumple

Alta frecuencia para cálculo de α: $\dfrac{R}{\omega \cdot L} < 0,4$

Efecto pelicular: $u = 21,4 \cdot r_0(mm) \cdot \sqrt{f(MHz)} > 1$

Se obtiene: $$\alpha = \frac{R(0)}{8}\sqrt{\frac{C}{L}}\left[1 + 3\sqrt[6]{1 + \frac{8u^6}{3^6}}\right]$$

2ª condición:

$$\frac{8u^6}{3^6} > 10 \Rightarrow u > \sqrt[6]{\frac{10 \cdot 3^6}{8}} \Rightarrow f(MHz) > \left(\frac{\sqrt[6]{10 \cdot 3^6/8}}{21,4 \cdot r(mm)}\right)^2$$

En la expresión de α se desprecia 1 frente a $8u^6/3^6$

Y la constante de atenuación queda así: $\alpha = k_1 + k_2\sqrt{f}$

Resumen cálculo de atenuación

Bajas frecuencias (hasta f_{BF})

$$\frac{R}{\omega\cdot L} > 10 \rightarrow f < \frac{R}{2\pi\cdot L\cdot 10}$$

$$\alpha = \sqrt{\frac{\omega\cdot R\cdot C}{2}} \quad (N/m)$$

Frecuencias medias (entre f_{BF} y f_{AF})

$$\alpha = \sqrt{\frac{R\omega C}{\sin\delta_c\cdot\cos\delta_c}}\sin\left(\frac{\delta_c+\delta_d}{2}\right)$$

$$\delta_c = \arctan\left(\frac{R}{wL}\right)$$

$$\delta_d = \arctan\left(\frac{G}{wC}\right)$$

Frecuencias altas (desde f_{AF})

$$\frac{R}{\omega\cdot L} < 0{,}4 \rightarrow f > \frac{R}{2\pi\cdot L\cdot 0{,}4}$$

$$\alpha = \frac{R}{2Z_0} = \frac{R}{2}\sqrt{\frac{C}{L}} \quad (N/m)$$

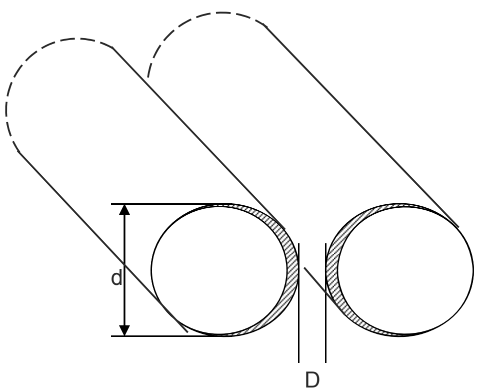
Bajas frecuencias	Frecuencias medias	Frecuencias altas

$\rightarrow f$

Efecto pelicular despreciable	Efecto pelicular no despreciable	
$u = 21{,}4\cdot r_0(mm)\cdot\sqrt{f(MHz)} \leq 1$	$f_{Pelicular}$ $\quad u > 1$	$u > \sqrt[6]{\frac{10\cdot 3^6}{8}}$
$R = R(0Hz)$	$R(f) = R(0)\frac{1}{4}\left[1+\sqrt[6]{3^6+8u^6}\right]$	$\alpha = k_1 + k_2\sqrt{f}$

Variación de los parámetros primarios

Efecto proximidad: La densidad de corriente es mayor en zonas próximas a los conductores



$$R_{total}(f) = \underbrace{R_1(f)}_{\text{Resistencia Normal}} + \underbrace{R_{pp}(f)}_{\text{Variacion por proximidad}}$$

$$\frac{R_{total}(f)}{\underbrace{R_1(f)}_{\text{Resistencia Normal}}} = \frac{1}{\sqrt{1-\left(\frac{d}{D}\right)^2\left(1-\frac{\sqrt{2}}{u}\right)}}$$

Efecto de la temperatura: $R(t) = R(t_0)\,(1 + k(f,t)\cdot(t - t_0))$

k(f,t): Coeficiente de temperatura, t, a la frecuencia f (1/ºK)
Generalmente k(f,t) = 0.004 1/ºK
$R(t_0)$: Resistencia a t_0 (290 ºK ←→ 17 ºC)

Cálculo de atenuación: Ejemplo

Determine a partir de qué frecuencias se puede usar las aproximaciones de alta y baja frecuencia y cuándo aparece el efecto pelicular en una línea de 3 mm de radio, R(0)=122 Ω/Km y L = 0.7 mH/Km.

Comprobamos la frecuencia para aprox. BF:

$$\frac{R}{\omega \cdot L} > 10 \rightarrow f < \frac{R}{2\pi \cdot L \cdot 10} = \frac{122}{10 \cdot 2 \cdot \pi \cdot 0.7 \cdot 10^{-3}} = 2772\ Hz \quad \rightarrow f_{BF}$$

Comprobamos si a esta frecuencia hay efecto pelicular:

$$u = 21{,}4 \cdot r_0(mm) \cdot \sqrt{f(MHz)} = 21{,}4 \cdot 0{,}3 \cdot \sqrt{2772 \cdot 10^{-6}} = 0{,}33 \quad \rightarrow \text{No}$$

Comprobamos la frecuencia a la que aparece el efecto pelicular:

$$u > 1 \rightarrow f > \frac{1}{(21{,}4 \cdot 0{,}3)^2} = 24262\ Hz \quad \rightarrow f_{Pelicular}$$

Cálculo de atenuación: Ejemplo

Comprobamos la frecuencia para aprox. AF :

$$\frac{R}{\omega \cdot L} < 0{,}4 \rightarrow f_{AF} = \frac{R(0)}{2\pi \cdot L \cdot 0{,}4} = \frac{122}{0{,}4 \cdot 2 \cdot \pi \cdot 0{,}7 \cdot 10^{-3}} = 69311\ Hz$$

No es válida hasta que no se aplique el efecto pelicular

Calculamos R(69311 Hz):

$$u = 21{,}4 \cdot 0{,}3 \cdot \sqrt{69311 \cdot 10^{-6}} = 1{,}69$$

$$R(f) = R(69311)\frac{1}{4}\left[1 + \sqrt[6]{3^6 + 8 \cdot 1{,}69^6}\right] = 125{,}5\ \Omega/\text{Km}$$

Recalculamos f_{AF}

$$f_{AF} = \frac{R(69311)}{2\pi \cdot L \cdot 0{,}4} = \frac{125{,}5}{0{,}4 \cdot 2 \cdot \pi \cdot 0{,}7 \cdot 10^{-3}} = 71535\ Hz$$

Recalculamos R(71535 Hz) y volvemos a obtener f_{AF}

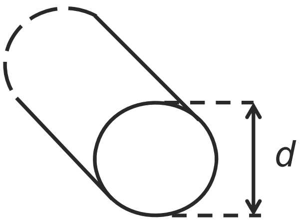
Iterando obtenemos f_{AF} = 71500 Hz

Línea unifilar: Resistencia

Resistencia: $$R(\Omega/m) = \frac{\rho}{s} = \frac{1}{\sigma \cdot s}(\Omega/m)$$

ρ: Resistividad ($\Omega \cdot m^2/m$)
σ: Conductividad ($S \cdot m/m^2$)
s: Superficie transversal del conductor (m^2)

Línea unifilar: A <u>bajas frecuencias</u> se asume que se emplea toda la sección del conductor



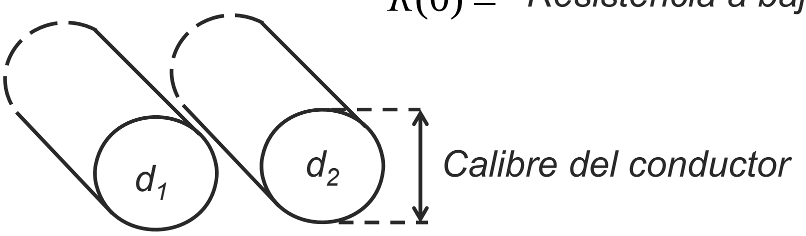
$$R(0) = \frac{1}{\sigma \cdot \pi \cdot r^2} = \frac{4}{\sigma \cdot \pi \cdot d^2}$$

Frecuencia baja (f = 0)

Cable de pares: Resistencia

Cable de pares:

$R(0) =$ *Resistencia a baja frecuencia (f = 0)*



$$R(0) = \frac{1}{\sigma \cdot S_1} + \frac{1}{\sigma \cdot S_2} \qquad R(0) = \frac{4}{\sigma \cdot \pi \cdot d_1^2} + \frac{4}{\sigma \cdot \pi \cdot d_2^2}$$

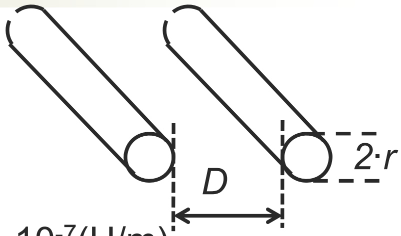
En la práctica $d_1 = d_2$:

$$\boxed{R(0) = 2\frac{1}{\sigma \cdot S}} = \frac{8}{\sigma \cdot \pi \cdot d^2}$$

ρ: Resistividad ($\Omega \cdot m^2/m$)
σ: Conductividad ($S \cdot m/m^2$)
s: Superficie transversal de conductor (m^2)
d: diámetro del cable (m)

Cable de pares: L, C y G

Inductancia por unidad de longitud (L):



$$L = \frac{\mu_0}{\pi}\cosh^{-1}\left(\frac{D}{2r}\right)\ (H/m)$$

μ_0= permeabilidad magnética del vacío = $4\pi\cdot 10^{-7}$(H/m)

Capacidad por unidad de longitud (C):

$$C = \frac{\pi\cdot\varepsilon_r\cdot\varepsilon_0}{\cosh^{-1}\left(\frac{D}{2r}\right)}\ (F/m)$$

ε_0= permitividad eléctrica del vacío = $8{,}84\cdot 10^{-12}$ (F/m)

ε_r= permitividad relativa del dieléctrico

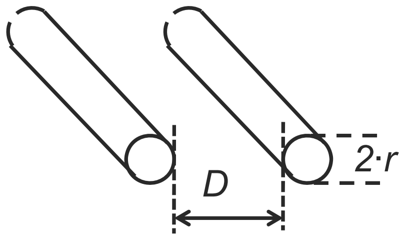
Conductancia por unidad de longitud (G):

$$G = \frac{\pi\sigma_l}{\cosh^{-1}\left(\frac{D}{2r}\right)}\ (S/m)$$

σ_l= conductividad equivalente del dielectrico (S/m)

Cable de pares: L, C y G y Z_0

Valores típicos de ε_r en el dieléctrico:
- Plexiglas: 3,4
- Polietileno: 2,3
- Poliestileno: 2,6
- Goma: 2,3 – 4,0
- Teflon: 2,1



Valores típicos de σ_l en el dieléctrico (S/m): entre 10^{-12} y 10^{-15}

Recordatorio:

$$\cosh(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{2} \longrightarrow \cosh^{-1}(x) = \ln\left(x + \sqrt{x^2 - 1}\right) \qquad x \geq 1$$

Impedancia característica en Alta Frecuencia (AF)

$$Z_0 = \sqrt{\frac{L}{C}} = \frac{120}{\sqrt{\varepsilon_r}}\cosh^{-1}\left(\frac{D}{2r}\right)$$

Cable de pares: Ejemplo

Se desea planificar un enlace digital por cable de pares. Por este enlace se transmitirá a una frecuencia máxima de 4224 KHz. Se conocen los siguientes parámetros del cable:
Diámetro de los conductores 1,2 mm
L = 0,66 mH/Km
C = 24,5 nF/Km
Calcular la atenuación del cable en dB/Km a la frecuencia de trabajo.
La conductividad del cobre es $58{,}15 \cdot 10^6\ \Omega^{-1}/m$

Cable de pares: Ejemplo

Calculamos R(0):

$$R(0) = 2\cdot\frac{1}{\sigma\cdot S} = 2\cdot\frac{1}{58{,}15\cdot 10^{6}\cdot\pi\cdot\left(\frac{1{,}2\cdot 10^{-3}}{2}\right)^{2}} = 0{,}0304(\Omega/m) = 30{,}4(\Omega/Km)$$

Calculamos R(4.224MHz):

$$u = 21{,}4\cdot r_0(mm)\cdot\sqrt{f(MHz)}$$

$$u = 21{,}4\cdot 0{,}6(mm)\cdot\sqrt{4{,}224MHz} = 26{,}38$$

$$R(4{,}224MHz) = \frac{R(0)}{4}\left(1+\sqrt[6]{3^6+8u^6}\right) = 292(\Omega/Km)$$

Cable de pares: Ejemplo

Comprobamos si es aplicable la aproximación de alta frecuencia:

$$\left.\frac{R}{wL}\right|_{f=4{,}224MHz} = \frac{292(\Omega/Km)}{2\pi\cdot 4{,}224\cdot 10^{6}(Hz)\cdot 0{,}66\cdot 10^{-3}(H/Km)} = 0{,}016 < 0{,}4$$

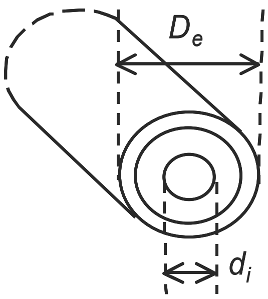
Por tanto la atenuación (en alta frecuencia) es:

$$\alpha_{AF}(4{,}224MHz) = \frac{R}{2}\sqrt{\frac{C}{L}} = \frac{292}{2}\sqrt{\frac{24{,}5\cdot 10^{-9}(F/Km)}{0{,}66\cdot 10^{-3}(H/Km)}} = 0{,}88 \ \ (N/Km)$$

Que expresado en dB/Km:

$$\alpha_{AF}(4{,}24MHz) = 7{,}72dB/Km$$

Coaxial: Parametros primarios



Resistencia por unidad de longitud (R):

$$R = \frac{R_s}{\pi}\left(\frac{1}{D_e} + \frac{1}{d_i}\right) \quad (\Omega/m)$$

R_s es la resistividad superficial en Ω

$$R_s = \sqrt{\frac{\pi\cdot f\cdot \mu}{\sigma}} \quad (\Omega)$$

$f = frecuencia(Hz)$

$\sigma = conductividad(\Omega^{-1}/m)$

$\mu = permeabilidad = 4\pi\cdot 10^{-7}(H/m)$

La resistencia por unidad de longitud aumenta con la frecuencia: $\sqrt{f}$

Coaxial: Parametros primarios

La resistividad superficial R_s se puede expresar también en función de la profundidad de penetración debido al efecto pelicular:

$$R_s = \frac{1}{\sigma \cdot \delta} \qquad (\Omega)$$

La profundidad de penetración es el parámetro que realmente cambia con la frecuencia, como vemos al despejar las dos expresiones anteriores:

$$\delta = \frac{1}{\sqrt{\pi \cdot f \cdot \mu \cdot \sigma}} \qquad (m)$$

Coaxial: Parametros primarios

Inductancia por unidad de longitud (L):

$$L = \frac{\mu_0}{2\pi} \ln\left(\frac{D_e}{d_i}\right) = 2 \cdot 10^{-7} \cdot \ln\left(\frac{D_e}{d_i}\right) \quad (H/m)$$

μ_0= permeabilidad magnética del vacío $=4\pi \cdot 10^{-7}$(H/m)

Capacidad por unidad de longitud (C):

$$C = \frac{2\pi \cdot \varepsilon_r \cdot \varepsilon_0}{\ln\left(\frac{D_e}{d_i}\right)} \quad (F/m)$$

ε_0= permitividad eléctrica del vacío = $8{,}84 \cdot 10^{-12}$ (F/m)

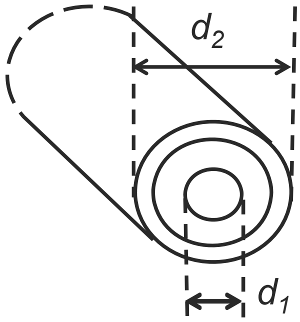
ε_r= permitividad relativa del dieléctrico

Conductancia por unidad de longitud (G):

$$G = \frac{2\pi\sigma_l}{\ln\left(\frac{D_e}{d_i}\right)} \quad (S/m)$$

σ_l= conductividad equivalente del dielectrico (S/m)

Coaxial:
Parametros secundarios



Impedancia característica (AF):

$$Z_0 = \sqrt{\frac{L}{C}} = \frac{60}{\sqrt{\varepsilon_r}} \ln \frac{d_2}{d_1}$$

ε_r :permitividad relativa del dieléctrico

Valores típicos de impedancia característica: 50Ω, 75Ω, 95 Ω
En ocasiones puede interesarnos obtener el valor de la constante dieléctrica relativa del dieléctrico a partir del valor de la Z_0:

$$\varepsilon_r = \left(\frac{60}{Z_0} \ln \frac{d_2}{d_1} \right)^2$$

Coaxial: Ejemplo

Se desea comparar distintos tipos de cables para una red de distribución de televisión. Los parámetros que se tienen de cada uno de ellos son los siguientes:

Modelo	**CCT-170**	**CCT-125**	**CCT-540**
Conductor	Cobre	Cobre	Cobre
d_i	1,15 mm	1,65 mm	3,15 mm
D_e	5 mm	7,1 mm	13 mm
Z_0	75 Ω	75 Ω	75 Ω

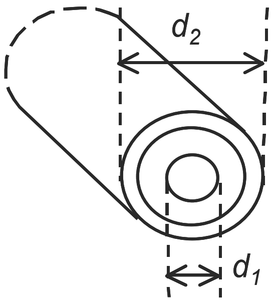
La banda de frecuencias de televisión va de 47 a 862 MHz. La conductividad del cobre es $58{,}15 \cdot 10^6\ \Omega^{-1}/\text{m}$

Los parámetros que se deben obtener son:

1. La permitividad relativa.
2. C y L
3. R
4. Atenuación en dB/Km para la frecuencia más baja y la más alta.

Coaxial:Ejemplo

1. La permitividad relativa.



$$Z_0 = \sqrt{\frac{L}{C}} = \frac{60}{\sqrt{\varepsilon_r}} \ln \frac{d_2}{d_1} \quad \rightarrow \quad \varepsilon_r = \left(\frac{60}{Z_0} \ln \frac{d_2}{d_1} \right)^2$$

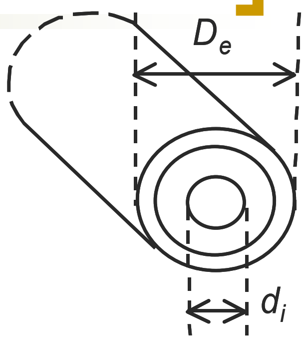
CCT-170 → $\varepsilon_r = \left(\frac{60}{75} \ln \frac{5\cdot 10^{-3}}{1{,}15\cdot 10^{-3}} \right)^2 = 1{,}38$

CCT-125 → $\varepsilon_r = \left(\frac{60}{75} \ln \frac{7{,}1\cdot 10^{-3}}{1{,}65\cdot 10^{-3}} \right)^2 = 1{,}36$

CCT-540 → $\varepsilon_r = \left(\frac{60}{75} \ln \frac{13\cdot 10^{-3}}{3{,}15\cdot 10^{-3}} \right)^2 = 1{,}29$

Coaxial: Ejemplo

2. C y L



$$C = \frac{2\pi \cdot \varepsilon_r \cdot \varepsilon_0}{\ln\left(\frac{D_e}{d_i}\right)} \ (F/m) \qquad L = 2\cdot 10^{-7} \cdot \ln\left(\frac{D_e}{d_i}\right) (H/m)$$

CCT-170 → $C = \frac{2\pi \cdot 1{,}38 \cdot 8{,}84 \cdot 10^{-12}}{\ln\left(\frac{5\cdot 10^{-3}}{1{,}15\cdot 10^{-3}}\right)} = 5{,}22\cdot 10^{-11} \frac{F}{m}$ $\quad L = 2\cdot 10^{-7} \cdot \ln\left(\frac{5\cdot 10^{-3}}{1{,}15\cdot 10^{-3}}\right) = 2{,}94\cdot 10^{-7} \frac{H}{m}$

CCT-125 → $C = \frac{2\pi \cdot 1{,}36 \cdot 8{,}84 \cdot 10^{-12}}{\ln\left(\frac{7{,}1\cdot 10^{-3}}{1{,}65\cdot 10^{-3}}\right)} = 5{,}19\cdot 10^{-11} \frac{F}{m}$ $\quad L = 2\cdot 10^{-7} \cdot \ln\left(\frac{7{,}1\cdot 10^{-3}}{1{,}75\cdot 10^{-3}}\right) = 2{,}92\cdot 10^{-7} \frac{H}{m}$

CCT-540 → $C = \frac{2\pi \cdot 1{,}28 \cdot 8{,}84 \cdot 10^{-12}}{\ln\left(\frac{13\cdot 10^{-3}}{3{,}15\cdot 10^{-3}}\right)} = 5{,}04\cdot 10^{-11} \frac{F}{m}$ $\quad L = 2\cdot 10^{-7} \cdot \ln\left(\frac{13\cdot 10^{-3}}{3{,}15\cdot 10^{-3}}\right) = 2{,}84\cdot 10^{-7} \frac{H}{m}$

Coaxial: Ejemplo

3. R

$$R = \frac{R_s}{\pi}\left(\frac{1}{D_e} + \frac{1}{d_i}\right) \; (\Omega/m) \qquad R_s = \frac{1}{\sigma \cdot \delta} \; (\Omega) \qquad \delta = \frac{1}{\sqrt{\pi \cdot f \cdot \mu \cdot \sigma}} \; (m)$$

$$\delta(47MHz) = \frac{1}{\sqrt{\pi \cdot 47 \cdot 10^6 \cdot 4\pi 10^{-7} \cdot 58{,}15 \cdot 10^6}} = 9{,}63 \cdot 10^{-6} m \rightarrow R_s = \frac{1}{58{,}15 \cdot 10^6 \cdot 9{,}63 \cdot 10^{-6}} = 1{,}79 \cdot 10^{-3} \Omega$$

$$\delta(862MHz) = \frac{1}{\sqrt{\pi \cdot 862 \cdot 10^6 \cdot 4\pi 10^{-7} \cdot 58{,}15 \cdot 10^6}} = 2{,}25 \cdot 10^{-6} m \rightarrow R_s = \frac{1}{58{,}15 \cdot 10^6 \cdot 2{,}25 \cdot 10^{-6}} = 7{,}65 \cdot 10^{-3} \Omega$$

CCT-170$_{47MHz}$ → $R = \frac{1{,}79 \cdot 10^{-3}}{\pi}\left(\frac{1}{5 \cdot 10^{-3}} + \frac{1}{1{,}15 \cdot 10^{-3}}\right) = 0{,}61 (\Omega / m)$ CCT-170$_{862MHz}$ → $R = 2{,}60 (\Omega / m)$

CCT-125$_{47MHz}$ → $R = \frac{1{,}79 \cdot 10^{-3}}{\pi}\left(\frac{1}{7{,}1 \cdot 10^{-3}} + \frac{1}{1{,}65 \cdot 10^{-3}}\right) = 0{,}42 (\Omega / m)$ CCT-125$_{862MHz}$ → $R = 1{,}82 (\Omega / m)$

CCT-540$_{47MHz}$ → $R = \frac{1{,}79 \cdot 10^{-3}}{\pi}\left(\frac{1}{13 \cdot 10^{-3}} + \frac{1}{3{,}15 \cdot 10^{-3}}\right) = 0{,}22 (\Omega / m)$ CCT-540$_{862MHz}$ → $R = 0{,}96 (\Omega / m)$

Coaxial: Ejemplo

3. Atenuación $\alpha = \frac{R}{2}\sqrt{\frac{C}{L}} \qquad (N/m)$

CCT-170$_{47MHz}$ → $\alpha = \frac{0{,}61}{2}\sqrt{\frac{52{,}1 \cdot 10^{-12}}{0{,}29 \cdot 10^{-6}}} = 0{,}004 \; N/m$

CCT-125$_{47MHz}$ → $\alpha = \frac{0{,}47}{2}\sqrt{\frac{51{,}7 \cdot 10^{-12}}{0{,}29 \cdot 10^{-6}}} = 0{,}0028 \; N/m$

CCT-540$_{47MHz}$ → $\alpha = \frac{0{,}22}{2}\sqrt{\frac{50{,}1 \cdot 10^{-12}}{0{,}28 \cdot 10^{-6}}} = 0{,}0015 \; N/m$

CCT-170$_{862MHz}$ → $\alpha = \frac{2{,}6}{2}\sqrt{\frac{52{,}1 \cdot 10^{-12}}{0{,}29 \cdot 10^{-6}}} = 0{,}017 \; N/m$

CCT-125$_{862MHz}$ → $\alpha = \frac{1{,}82}{2}\sqrt{\frac{51{,}7 \cdot 10^{-12}}{0{,}29 \cdot 10^{-6}}} = 0{,}012 \; N/m$

CCT-540$_{862MHz}$ → $\alpha = \frac{0{,}96}{2}\sqrt{\frac{50{,}1 \cdot 10^{-12}}{0{,}28 \cdot 10^{-6}}} = 0{,}006 \; N/m$

Resumen 5: Líneas de tx metálicas

Parámetros primarios:
L: inductancia (H/m)
C: capacitancia (F/m)
G: conductancia (S/m)
R: resistencia (Ω/m)

Parámetros secundarios:
Z_0 = Impedancia característica
α = Constante de atenuación

Por el efecto pelicular, R y α aumentan con $\sqrt{f}$

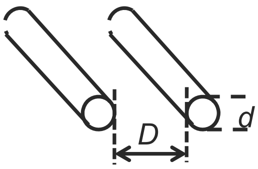
BAJA FREC.: $\frac{R}{\omega \cdot L} > 10$

ALTA FREC.: $\frac{R}{\omega \cdot L} < 0{,}4$

Aproximaciones de alta frecuencia:

$$Z_0 = \sqrt{\frac{L}{C}} \qquad \alpha = \frac{R}{2Z_0} = \frac{R}{2}\sqrt{\frac{C}{L}} \ (N/m)$$

Cable de pares:



$$R(0) = 2\frac{1}{\sigma \cdot S} = \frac{8}{\sigma \cdot \pi \cdot d^2}$$

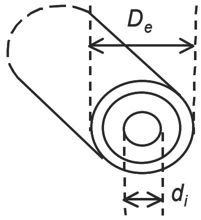
$$u = 21{,}4 \cdot r_0(mm) \cdot \sqrt{f(MHz)}$$

si u > 1:

$$\frac{R(f)}{R(0)} = \frac{1}{4}\left[1 + \sqrt[6]{3^6 + 8u^6}\right]$$

Coaxial:

$$R = \frac{R_s}{\pi}\left(\frac{1}{D_e} + \frac{1}{d_i}\right) \qquad R_s = \sqrt{\frac{\pi \cdot f \cdot \mu}{\sigma}} \qquad Z_0 = \frac{60}{\sqrt{\varepsilon_r}} \ln\frac{D_e}{d_i}$$



Test 5

- La impedancia característica de una línea de transmisión
  - Aumenta al aumentar su longitud
  - Aumenta con la frecuencia
  - Debe coincidir con la impedancia del dispositivo receptor para evitar reflexiones
- Las pérdidas de una línea de transmisión metálica
  - Aumentan al aumentar el calibre de los conductores
  - Disminuyen al aumentar el calibre de los conductores
  - No se ven afectadas por el calibre de los conductores, sólo por la frecuencia
- Al aumentar la frecuencia de la señal
  - Las pérdidas disminuyen por el efecto pelicular
  - Las pérdidas aumentan por el efecto pelicular
  - Los factores L, C y G de la línea se ven afectados

Test 5

- En un cable de pares, la variación de la resistencia por efecto de la proximidad
  - Disminuye a medida que acercamos los conductores
  - Es inversamente proporcional a la frecuencia
  - Es inversamente proporcional al diámetro de los conductores
- La impedancia característica de un cable coaxial
  - Aumenta con la frecuencia
  - Disminuye con la frecuencia
  - Es prácticamente constante con la frecuencia
- La atenuación, en un cable coaxial
  - Aumenta con la frecuencia
  - Disminuye con la frecuencia
  - Es prácticamente constante con la frecuencia