



A partir de aquí todos los enunciados siguientes están extraídos de problemas de examen en la asignatura de Métodos estadísticos de la ingeniería o de Estadística de primer curso de varias de las titulaciones de la UPCT. **NO SE PIDE NINGÚN CÁLCULO DE PROBABILIDADES. ES SUFICIENTE CON TRADUCIR LOS DATOS DEL ENUNCIADO, INTRODUCIENDO EL EXPERIMENTO ALEATORIO, LOS SUCESOS CONVENIENTES ASÍ COMO LAS PROBABILIDADES REQUERIDAS.**

### Problema 3

La elaboración de un determinado tipo de piezas puede realizarse con dos máquinas, siendo la producción de piezas diaria de ambas máquinas la misma. Las proporciones de piezas defectuosas fabricadas por las dos máquinas  $M_1$  y  $M_2$  son 0.04 y 0.01, respectivamente.

Si el experimento es: “escoger al azar una pieza de la producción conjunta”, traducir los datos del enunciado-

- a) Si se selecciona al azar una pieza de la producción total y resulta defectuosa ¿Cuál es la probabilidad de que haya sido producida por la máquina  $M_1$ ?

### Soluciones del problema 3

- *Experimento aleatorio: escoger al azar una pieza de la producción total.*
- *Sucesos:*
  - $M_1$  = “La pieza escogida ha sido producido por la máquina  $M_1$ ”
  - $M_2$  = “La pieza escogida ha sido producido por la máquina  $M_2$ ”
  - $D$  = “La pieza es defectuosa”
- *Pregunta a): nos piden  $\mathbb{P}(M_1|D)$ .*

### Problema 4

**II.1** En la construcción de unas determinadas obras pueden aparecer anomalías debidas a dos causas que son independientes: fallos de cimentación y mala calidad de los materiales. La primera ocurre con probabilidad del 4% y la segunda con probabilidad del 3%.

- (a) Calcular la probabilidad de que en una determinada obra no aparezca ninguna anomalía.
- (b) Calcular la probabilidad de que aparezcan fallos de cimentación y no mala calidad de los materiales.
- (c) Si se detecta la presencia de anomalías, la construcción puede verse afectada con un desplome en un plazo de tiempo determinado con las siguientes probabilidades:

0.1, cuando no aparece ninguna de las anomalías.

0.8, cuando aparece alguna de las anomalías.

Interpretar esta información adicional en términos de sucesos y probabilidades. Calcular la probabilidad de que el edificio se desplome. Si el edificio se ha desplomado, ¿cuál es la probabilidad de que se haya producido alguna de las anomalías?.

### Soluciones del problema 4

- *Experimento aleatorio: escoger al azar una obra.*
- *Sucesos:*
  - $F = \text{“La obra escogida presenta fallos de cimentación”}$
  - $C = \text{“La obra escogida presenta mala calidad de los materiales”}$
- *Pregunta a): nos piden  $\mathbb{P}(F^C \cap C^C)$ . (también es  $\mathbb{P}((F \cup C)^C)$ ).*
- *Pregunta b): nos piden  $\mathbb{P}(F \cap C^C)$*
- *Pregunta c): Necesitamos introducir otro suceso más:  $D = \text{“la obra sufre un desplome”}$ . Nos indican:*
  - $\mathbb{P}(D|F^C \cap C^C) = 0.1$
  - $\mathbb{P}(D|(F \cup C)) = 0.8$ .

*Nos piden*

- $\mathbb{P}(D)$
- $\mathbb{P}(F \cup C|D)$ .

### Problema 5

Una empresa consta de tres factorías dedicadas a la elaboración de ladrillos para la construcción, producción que se reparte de la siguiente manera: la factoría A elabora un 25% y la B un 40%. Además, la factoría A elabora un 5% de ladrillos defectuosos, la B un 2% y la C un 3%.

- a) Indicar el experimento aleatorio y los sucesos que intervienen, así como las probabilidades asociadas a dichos sucesos.
- b) Si seleccionamos un ladrillo elaborado en la factoría C, ¿cuál es la probabilidad de que sea defectuoso?
- c) Si seleccionamos un ladrillo de la producción total, ¿cuál es la probabilidad de que sea defectuoso?
- d) Si el ladrillo seleccionado de la producción total resulta defectuoso, ¿cuál es la probabilidad de que no se fabricara en C?

### Soluciones del problema 5

- *Experimento aleatorio: escoger al azar un ladrillo de la producción total.*
- *Sucesos:*
  - $A =$  "El ladrillo escogido ha sido producido por la factoría A"
  - $B =$  "El ladrillo escogido ha sido producido por la factoría B"
  - $C =$  "El ladrillo escogido ha sido producido por la factoría C"
  - $D =$  "El ladrillo seleccionado es defectuoso".
- *Probabilidades:*
  - $\mathbb{P}(A) = 0.25$ ,  $\mathbb{P}(B) = 0.4$ ,  $\mathbb{P}(C) = 0.35$ .
  - $\mathbb{P}(D|A) = 0.05$ ,  $\mathbb{P}(D|B) = 0.02$ ,  $\mathbb{P}(D|C) = 0.03$ .
- *Pregunta b): nos piden  $\mathbb{P}(D|C) = 0.03$ .*

- *Pregunta c): nos piden  $\mathbb{P}(D)$ .*
- *Pregunta d): nos piden  $\mathbb{P}(C^C|D)$ .*

## Problema 6

II.1- Cierta artículo se manufactura en tres fábricas, digamos 1, 2 y 3. Se sabe que la primera produce el doble de artículos que la segunda y que ésta y la tercera producen el mismo número de artículos (durante el periodo de producción especificado). Se sabe también que el 2% de artículos producidos por las dos primeras es defectuosos, mientras que el 4% de los manufacturados por la tercera es defectuoso. Todos los artículos producidos se colocan en una fila y se escoge uno al azar.

- Traducir los datos del enunciado, introduciendo los sucesos convenientes
- ¿Cuál es la probabilidad de que este artículo sea defectuoso?

II.2- En un laboratorio, se diseña un test para detectar la presencia de una bacteria en el agua. Para probar el test, se considera un grán número de probetas con agua que pueden, o no, contener la bacteria. La probabilidad de que una probeta escogida al azar contenga la bacteria es de 0.2. Por otra parte, si una probeta contiene la bacteria, el test da positivo en el 90% de los casos. En cambio, si una probeta no contiene la bacteria, el test da positivo en el 5% de los casos.

- Traducir los datos del enunciado, introduciendo los sucesos convenientes.
- Al escoger al azar una probeta, ¿cuál es la probabilidad de que dé positivo en el test?
- Si una probeta ha dado positivo en el test, ¿cuál es la probabilidad de que contenga la bacteria?
- Entre las probetas que han dado negativo en el test, ¿cuál es la proporción de probetas que contienen la bacteria?

## Soluciones del problema 6

- II.1    • *Experimento aleatorio: escoger al azar un artículo de la producción total.*

- *Sucesos:*
  - $F1$ ="El artículo escogido ha sido producido por la fábrica 1"
  - $F2$ ="El artículo escogido ha sido producido por la fábrica 2"
  - $F3$ ="El artículo escogido ha sido producido por la fábrica 3"
  - $D$ ="El artículo es defectuoso"
- *Probabilidades:*
  - $\mathbb{P}(F1) = 0.5$ ,  $\mathbb{P}(F2) = 0.25$ ,  $\mathbb{P}(F3) = 0.25$ .
  - $\mathbb{P}(D|F1) = 0.02$ ,  $\mathbb{P}(D|F2) = 0.02$ ,  $\mathbb{P}(D|F3) = 0.04$ .
- *Pregunta b). Nos piden  $\mathbb{P}(D)$ .*

[II.2]

- *Experimento aleatorio: escoger al azar una probeta y realizarle el test.*
- *Sucesos:*
  - $B$ ="La probeta escogida contiene la bacteria"
  - $T+$ ="El test da positivo"
- *Probabilidades:*
  - $\mathbb{P}(B) = 0.2$
  - $\mathbb{P}(T+|B) = 0.9$ ,  $\mathbb{P}(T+|B^C) = 0.05$ .
- *Pregunta b). Nos piden  $\mathbb{P}(T+)$ .*
- *Pregunta c). Nos piden  $\mathbb{P}(B|T+)$ .*
- *Pregunta d). Nos piden  $\mathbb{P}(B|T+^C)$ .*

## Problema 7

II.2- Las mujeres de una universidad constituyen el 60% de los estudiantes de primer curso, el 40% de los de segundo y el 40% de los de tercero. Los estudiantes de dicha universidad son en un 40% de primero, en un 30% de segundo y en un 30% de tercero.

- (a) Introducir los sucesos convenientes y traducir los datos del enunciado.

- (b) Si se escoge un estudiante de dicha universidad al azar, hallar la probabilidad de que sea mujer.
- (c) Si el estudiante escogido es mujer ¿Cuál es la probabilidad de que sea de segundo curso?

### Soluciones del problema 7

- II.2**
- *Experimento aleatorio: escoger al azar un estudiante en el total de la Universidad.*
  - *Sucesos:*
    - $H = \text{“El estudiante escogido es un hombre”}$ .
    - $M = \text{“El estudiante escogido es una mujer”}$
    - $P = \text{“El estudiante escogido es de primero”}$
    - $S = \text{“El estudiante escogido es de segundo”}$
    - $T = \text{“El estudiante escogido es de tercero”}$
  - *Probabilidades:*
    - $\mathbb{P}(P) = 0.4, \mathbb{P}(S) = 0.3, \mathbb{P}(T) = 0.3.$
    - $\mathbb{P}(M|P) = 0.6, \mathbb{P}(M|S) = 0.4, \mathbb{P}(M|T) = 0.4.$
  - *Pregunta b). Nos piden  $\mathbb{P}(M)$ .*
  - *Pregunta c). Nos piden  $\mathbb{P}(S|M)$ .*

### Problema 8

1. Un avión realiza diariamente el mismo servicio. En un año hubo 50 días con niebla y 315 días sin niebla. Consideramos el experimento aleatoria "se escoge un día al azar en el año". Se ha comprobado que si el día es con niebla, la probabilidad de que ocurra un accidente ese día es de 0.04 mientras que si el día es sin niebla, la probabilidad de un accidente es de 0.003. Calcular la probabilidad de que:
  - (a) al escoger al azar un día en el año, haya ocurrido un accidente.
  - (b) Si un día ha ocurrido un accidente, el día haya sido sin niebla.

### Soluciones del problema 8

- 1 • *Experimento aleatorio: escoger al azar un día en el año.*
- *Sucesos:*
    - $N = \text{"Hay niebla"}$
    - $A = \text{"Ocurre un accidente"}$ .
  - *Probabilidades:*
    - $\mathbb{P}(N) = 50/365$ ,
    - $\mathbb{P}(A|N) = 0.04$ ,  $\mathbb{P}(A|N^C) = 0.003$ .
  - *Pregunta a).* Nos piden  $\mathbb{P}(A)$ .
  - *Pregunta b).* Nos piden  $\mathbb{P}(N^C|A)$ .

### Problema 9

I.2.- Una pieza producida en una empresa puede tener dos tipos de defectos. El 8% de la producción presenta el defecto de tipo  $A$ , el 5% de la producción presenta el defecto de tipo  $B$ , y se supone que no hay piezas que tengan los dos tipos de defectos. Después de ser producida cada pieza es sometida de manera automática a un test de ruptura, con las siguientes posibilidades: Si la pieza tiene el defecto de tipo  $A$ , tiene una probabilidad de 0.9 de romperse. Si la pieza tiene el defecto de tipo  $B$ , tiene una probabilidad de 0.95 de romperse. Finalmente, si la pieza no tiene ningún tipo de defecto, tiene una probabilidad de 0.01 de romperse.

- (a) Si el experimento aleatorio consiste en escoger al azar una pieza de la producción, traducir los datos del enunciado, después de haber introducido los sucesos convenientes.
- (b) ¿Cuál es la probabilidad de que una pieza escogida al azar en la producción se vaya a romper durante el test?
- (c) Si una pieza escogida al azar se ha roto durante el test, ¿cuál es la probabilidad de que no fuese defectuosa?

## Soluciones del problema 9

- II.2 • *Experimento aleatorio: escoger al azar una pieza en la producción.*
- *Sucesos:*

- $A =$  "La pieza escogida presenta el defecto de tipo A".
- $B =$  "La pieza escogida presenta el defecto de tipo B".
- $R =$  "La pieza escogida se rompe durante el test".
- *Probabilidades:*
  - $\mathbb{P}(A) = 0.08$ ,  $\mathbb{P}(B) = 0.05$ , además sabemos  $A \cap B = \emptyset$ .
  - $\mathbb{P}(R|A) = 0.9$ ,  $\mathbb{P}(R|B) = 0.95$ ,  $\mathbb{P}(R|(A^C \cap B^C)) = 0.01$ .
- *Pregunta b).* Nos piden  $\mathbb{P}(R)$ .
- *Pregunta c).* Nos piden  $\mathbb{P}((A^C \cap B^C)|R)$ .

### Problema 10

1. Un determinado prefabricado de hormigón puede presentar dos tipos de defectos de manera independiente, que lo hacen inutilizable. El primero de ellos es no cumplir con la norma en lo referente a las dimensiones del objeto y otro no cumplir la norma en relación a la resistencia del mismo, pudiendo presentarse ambos defectos en una misma pieza. Se sabe que el 10% de los prefabricados tienen unas dimensiones incorrectas, mientras que sólo el 5% no cumple las exigencias en cuanto a resistencia. A partir de esta información, determinar:
  - (a) El porcentaje de prefabricados que son correctos, es decir, no presentan defecto alguno.
  - (b) El porcentaje de prefabricados que tendrán que ser eliminados por presentar algún tipo de defecto.
  - (c) Determinar, dentro del conjunto de las piezas defectuosas, el porcentaje de piezas que cumplen la norma de resistencia.

### Soluciones del problema 10

- 1 • *Experimento aleatorio:* escoger al azar un prefabricado en la producción.
  - *Sucesos:*
    - $D =$  "La pieza escogida no cumple la normativa de dimensiones."
    - $R =$  "La pieza escogida no cumple la normativa de resistencia".

- *Probabilidades:*
  - $\mathbb{P}(D) = 0.1, \mathbb{P}(R) = 0.05$
- *Pregunta a).* Nos piden  $\mathbb{P}(D^C \cap R^C)$ .
- *Pregunta b).* Nos piden  $\mathbb{P}(D \cup R)$ .
- *Pregunta c).* Nos piden  $\mathbb{P}(R^C | (D \cup R))$ .

### Problema 11

- I.2 Una multinacional realiza operaciones comerciales en tres mercados A, B y C. El 20% de las operaciones de la multinacional corresponden al mercado A y en los mercados B y C realiza exactamente el mismo número de operaciones. El porcentaje de operaciones en los que se producen retrasos en el pago es del 10%, 15% y 5% en los mercados A, B y C, respectivamente. Se pide:
- (a) Describir los sucesos correspondientes y sus probabilidades asociadas.
  - (b) ¿En qué porcentaje de operaciones de la multinacional no se producen retrasos en el pago?.
  - (c) ¿Qué porcentaje de las operaciones en las que se ha retrasado el pago han sido realizadas en el mercado B?.
  - (d) Elegida una operación al azar, ¿qué probabilidad hay de que no tenga retraso en el pago y corresponda al mercado A o C?
  - (e) Entre las operaciones que no han sufrido retraso en el pago, ¿cuál es el porcentaje de las que corresponden a los mercados A o C?

### Soluciones del problema 11

- 1 • *Experimento aleatorio:* escoger al azar una operación realizada por la multinacional
  - *Sucesos:*
    - $A =$  "La operación se realizó en el mercado A"
    - $B =$  "La operación se realizó en el mercado B"
    - $C =$  "La operación se realizó en el mercado C"
    - $R =$  "La operación sufre retraso en el pago".

- *Probabilidades:*
  - $\mathbb{P}(A) = 0.2, \mathbb{P}(B) = \mathbb{P}(C) = 0.4$
  - $\mathbb{P}(R|A) = 0.1, \mathbb{P}(R|B) = 0.15 \mathbb{P}(R|C) = 0.05$
- *Pregunta b).* Nos piden  $\mathbb{P}(R^C)$ .
- *Pregunta c).* Nos piden  $\mathbb{P}(B|R)$ .
- *Pregunta d).* Nos piden  $\mathbb{P}(R \cap (A \cup C))$ .
- *Pregunta e).* Nos piden  $\mathbb{P}((A \cup C)|R^C)$ .

Problema 12

1. Un método empleado para distinguir entre rocas graníticas y basálticas consiste en examinar desde el aire una porción del espectro infrarrojo de la energía solar reflejada por la roca. Los resultados de estas observaciones los podemos catalogar en tres clases que denotaremos por  $C_1, C_2, C_3$ . El grado de detección del procedimiento viene reflejado en la siguiente tabla:

Observación	$C_1$	$C_2$	$C_3$
Granito	60%	25%	15%
Basalto	20%	50%	45%

es decir, la probabilidad de que la superficie sea granítica cuando se recibe la señal  $C_1$  es de 0.6, etc. Entonces, sabiendo que en una determinada región se han detectado señales  $C_1$  en el 45% de las pruebas,  $C_2$  en el 20% y  $C_3$  en el resto:

- (a) Definir de manera adecuada los sucesos que intervienen así como las probabilidades asociadas a cada uno de ellos.
- (b) Determinar la proporción de granito y basalto de la zona.
- (c) Si la piedra observada no es basáltica ni granítica, determinar la probabilidad de que la señal recibida sea  $C_1$ .

### Soluciones del problema 12

- 1 • *Experimento aleatorio:* escoger al azar una medición
  - *Sucesos:*

- $C1$ ="La medición da una señal de clase  $C1$ "
- $C2$ ="La medición da una señal de clase  $C2$ "
- $C3$ ="La medición da una señal de clase  $C3$ "
- $G$ ="La medición se realizó en una superficie granítica"
- $B$ ="La medición se realizó en una superficie balsáltica"
- *Probabilidades:*
  - $\mathbb{P}(G|C1) = 0.6$ ,  $\mathbb{P}(G|C2) = 0.25$   $\mathbb{P}(G|C3) = 0.15$
  - $\mathbb{P}(B|C1) = 0.2$ ,  $\mathbb{P}(B|C2) = 0.5$   $\mathbb{P}(B|C3) = 0.45$
  - $\mathbb{P}(C1) = 0.45$ ,  $\mathbb{P}(C2) = 0.2$   $\mathbb{P}(C3) = 0.35$ .
- *Pregunta b).* Nos piden  $\mathbb{P}(G)$  y  $\mathbb{P}(B)$ .
- *Pregunta c).* Nos piden  $\mathbb{P}(C1|(G^C \cap B^C))$ .

### Problema 13

1. Un proceso de fabricación puede estar ajustado o desajustado. Cuando está ajustado produce un 1% de piezas defectuosas y cuando está desajustado un 10%. La probabilidad de desajuste es 0.3.
  - (a) Traducir los datos del enunciado indicando claramente el experimento aleatorio, los sucesos que intervienen y sus probabilidades asociadas.
  - (b) Se toma una pieza de la producción total y resulta ser aceptable. Calcular la probabilidad de que el proceso esté desajustado.

### Soluciones del problema 13

- 1 • *Experimento aleatorio: escoger al azar una pieza en la producción.*
  - *Sucesos:*
    - $A$ ="La pieza ha sido producida con el proceso ajustado"
    - $D$ ="La pieza es defectuosa"
  - *Probabilidades:*
    - $\mathbb{P}(A) = 0.7$
    - $\mathbb{P}(D|A) = 0.01$ ,  $\mathbb{P}(D|A^C) = 0.1$

- *Pregunta b).* Nos piden  $\mathbb{P}(A^C|D^C)$ .

### Problema 14

**IV** Sabeis que hay dos ascensores (A y B) en cada ala del hospital de Marina, supongamos que, al llamar un usuario en la planta baja a los dos ascensores de manera simultánea, la probabilidad de que llegue primero el ascensor A es de 0.75. Además la probabilidad de que el ascensor se quede bloqueado, con el usuario dentro, es de 0.005 para el ascensor A, y de 0.01 para el ascensor B,

1. ¿Cuál es la probabilidad de que el usuario que ha llamado a los dos ascensores desde la planta baja se quede bloqueado?
2. Si un usuario se ha quedado bloqueado, ¿cuál es la probabilidad de que sea en el ascensor A?

### Soluciones del problema 14

- 1
  - *Experimento aleatorio: escoger al azar un usuario de los ascensores.*
    - *Sucesos:*
      - $A =$  "El usuario ha cogido el ascensor A"
      - $B =$  "El usuario ha cogido el ascensor B"
      - $BL =$  "El usuario queda bloqueado"
    - *Probabilidades:*
      - $\mathbb{P}(A) = 0.75$
      - $\mathbb{P}(BL|A) = 0.005$ ,  $\mathbb{P}(BL|B) = 0.01$
    - *Pregunta 1).* Nos piden  $\mathbb{P}(BL)$ .
    - *Pregunta 2).* Nos piden  $\mathbb{P}(A|BL)$ .

### Problema 15

**II.1** Dos cazadores A y B disparan a la misma pieza. La precisión de ambos no es la misma, pues la probabilidad de que A acierte es 9/10 y la de B es 7/10. Sabiendo que ambos disparan a la pieza una única vez, hallar la probabilidad de que:

1. el cazador A no acierte.
2. ambos alcancen la pieza.
3. exactamente uno de ellos alcance la pieza.
4. ninguno de ellos alcance la pieza.

## Soluciones del problema 15

- 1 • *Experimento aleatorio: Los dos cazadores disparan a la pieza.*
  - *Sucesos:*
    - $A = \text{''Acierta el cazador A''}$
    - $B = \text{''Acierta el cazador B''}$ .
  - *Probabilidades:*
    - $\mathbb{P}(A) = 9/10, \mathbb{P}(B) = 7/10$ .
  - *Pregunta 1). Nos piden  $\mathbb{P}(A^C)$ .*
  - *Pregunta 2). Nos piden  $\mathbb{P}(A \cap B)$ .*
  - *Pregunta 3). Nos piden  $\mathbb{P}((A \cap B^C) \cup (A^C \cap B))$ .*
  - *Pregunta 4). Nos piden  $\mathbb{P}(A^C \cap B^C)$ .*