



Estructuras de Edificación: Tema 22 - Simplificaciones en estructuras simétricas.

David Herrero Pérez

Departamento de Estructuras y Construcción
Universidad Politécnica de Cartagena

Grado en Ingeniería de Edificación
Segundo curso
2011/2012



Introducción

Simplificaciones en el cálculo de estructuras

Es posible realizar muchas simplificaciones que, a costa de complicar la formulación del problema, permiten reducir el proceso de cálculo. Entre otras, podemos mencionar:

- Piezas con algún extremo articulado.
- Los voladizos.
- Las piezas en serie o paralelo.
- ...

Simplificaciones en estructuras simétricas

Trataremos únicamente las simplificaciones debidas a la simetría de las estructuras.

Estructuras simétricas

Estructuras simétricas

A efectos de simplificaciones para el análisis, consideraremos estructuras simétricas a aquellas que tienen un **eje de simetría** para:

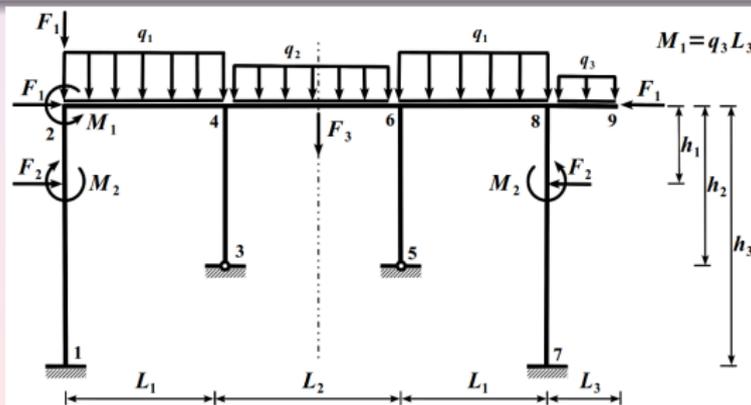
- La geometría.
- Las propiedades elásticas.
- Las condiciones de contorno.



Estados de carga simétricos y antisimétricos

Estados de carga simétricos

- Un estado de carga es simétrico si al girarlo 180 grados alrededor del eje plano o plano de simetría, todas las fuerzas y momentos coinciden en módulo, dirección, sentido y punto de aplicación.
- Un estado de cargas simétrico, aplicado sobre una estructura simétrica, produce deformaciones, esfuerzos y reacciones simétricas.

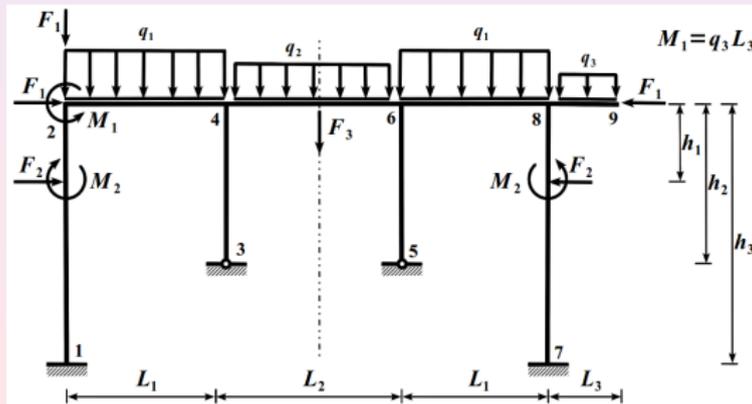


Estado de carga simétrico

Estados de carga simétricos y antisimétricos

Estados de carga simétricos

- En la figura se muestra un estado de cargas que se puede considerar simétrico.
- La carga uniforme del voladizo es equivalente a la F_1 y M_1 aplicadas sobre el nudo 8, que son simétricas respecto a las aplicadas en el nudo 2.

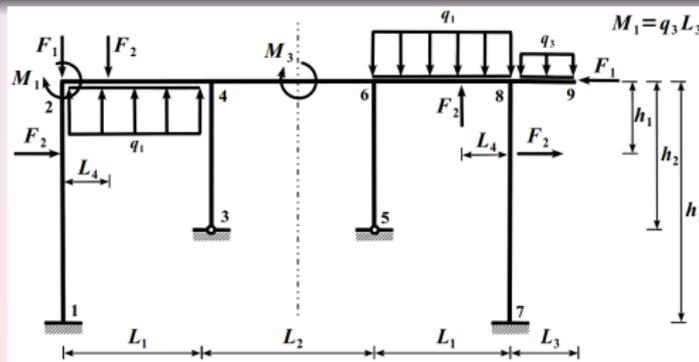


Estado de carga simétrico

Estados de carga simétricos y antisimétricos

Estados de carga antisimétricos

- Un estado de carga es antisimétrico si al girarlo 180 grados alrededor del eje plano o plano de simetría, todas las fuerzas y momentos coinciden en módulo, dirección y punto de aplicación, pero tienen **sentido contrario**.
- Un estado de cargas antisimétrico, aplicado sobre una estructura simétrica, produce deformaciones, esfuerzos y reacciones antisimétricos.

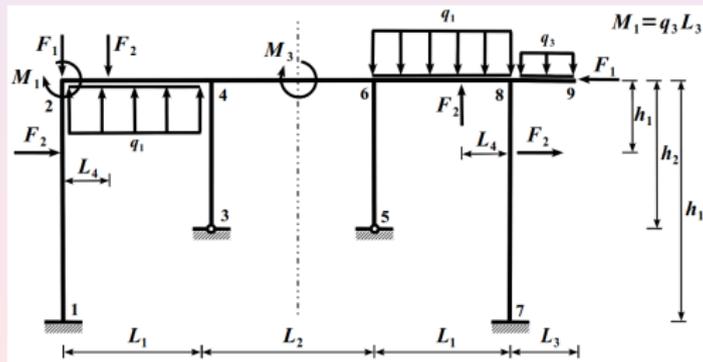


Estado de carga antisimétrico

Estados de carga simétricos y antisimétricos

Estados de carga antisimétricos

- En la figura se muestra un estado de cargas que se puede considerar antisimétrico, ya que produce los mismos resultados que un sistema de cargas simétrico.

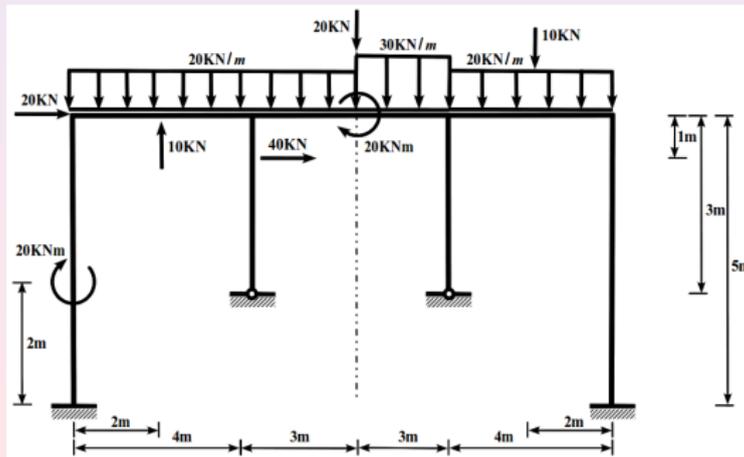


Estado de carga antisimétrico

Estados de carga simétricos y antisimétricos

Descomposición de estados de carga

Cualquier estado de cargas se puede descomponer en un estado de cargas simétrico y un estado de cargas antisimétrico.

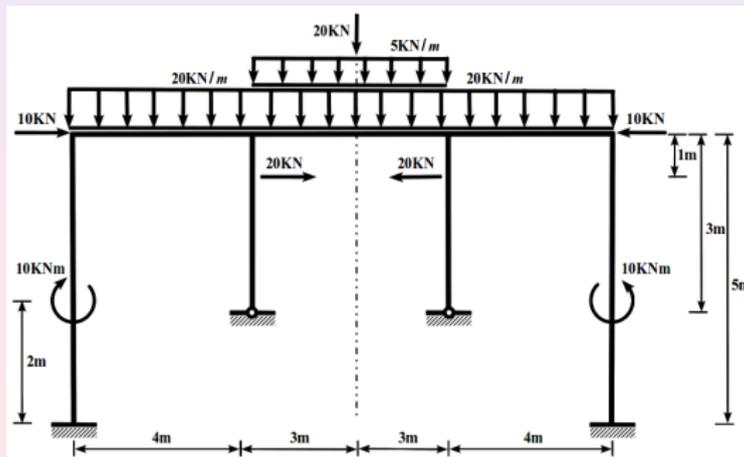


Estado de carga

Estados de carga simétricos y antisimétricos

Descomposición de estados de carga

- 1 Las cargas que en el estado inicial ya son simétricas (antisimétricas) se incluyen directamente en el estado de cargas simétrico (antisimétrico).

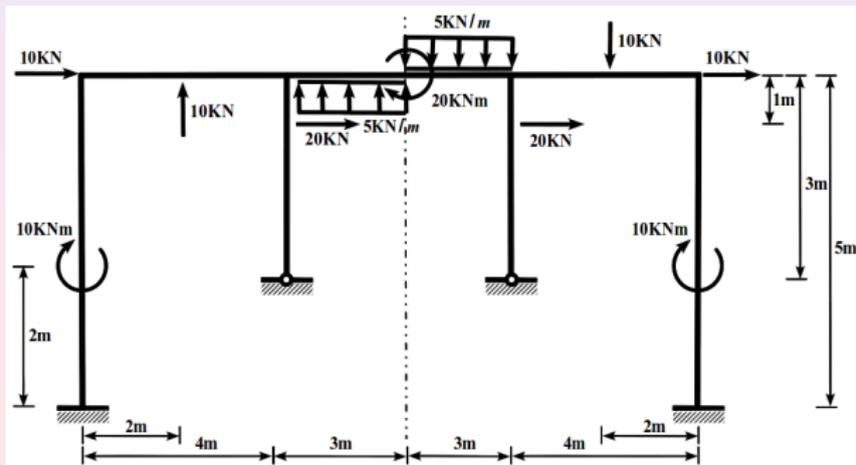


Descomposición en estado de carga simétrico

Estados de carga simétricos y antisimétricos

Descomposición de estados de carga

- 2 Cada una de las cargas que no son simétricas ni antisimétricas se dividen en dos iguales, una que pasa al estado simétrico y otra que pasa al estado antisimétrico.

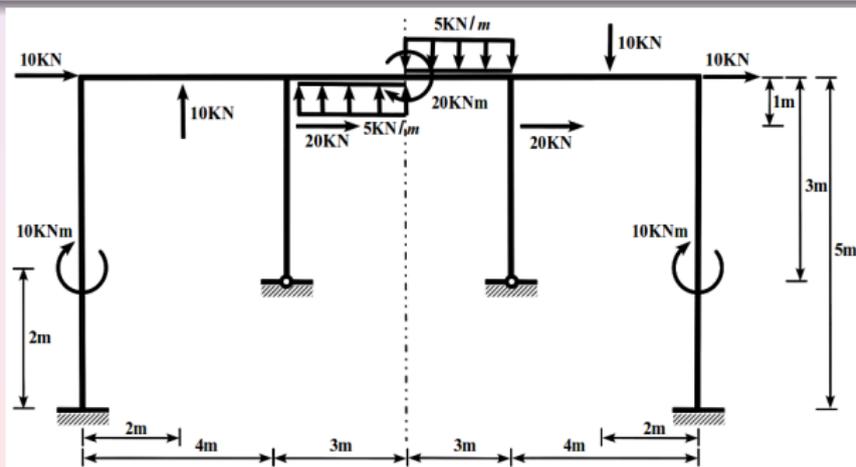


Descomposición en estado de carga antisimétrico

Estados de carga simétricos y antisimétricos

Descomposición de estados de carga

- 2 Para completar los estados simétricos y antisimétricos se colocan dos cargas del mismo tipo con igual módulo (la mitad de la carga inicial), la misma dirección y sentido contrario, con lo cual se anulan y no se altera el equilibrio.



Descomposición en estado de carga antisimétrico

Simplificaciones en estructuras simétricas

Estados de carga simétricos – Eje de simetría pasa por un nudo

La siguiente pieza muestra el eje de simetría, los correspondientes grados de libertad en el centro de la pieza y los esfuerzos en dicho punto. Para lo que se tiene:

- Los desplazamientos en el punto medio por las condiciones de simetría:

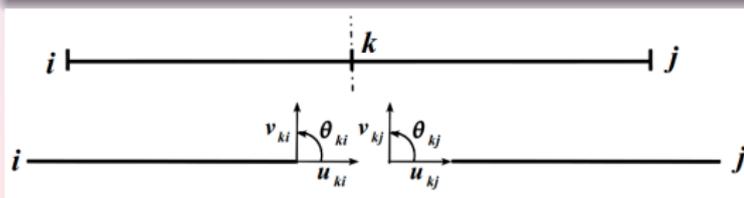
$$u_{ki} = -u_{kj} \quad v_{ki} = v_{kj} \quad \theta_{ki} = -\theta_{kj}.$$

- Las condiciones de compatibilidad en el punto medio exigen que se cumpla:

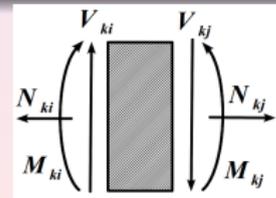
$$u_{ki} = u_{kj} \quad v_{ki} = v_{kj} \quad \theta_{ki} = \theta_{kj}.$$

- Las condiciones anteriores solamente se pueden cumplir cuando:

$$\begin{aligned} u_k &= u_{ki} = u_{kj} = 0 \\ v_k &= v_{ki} = v_{kj} \neq 0 \\ \theta_k &= \theta_{ki} = \theta_{kj} = 0 \end{aligned}$$



Pieza, eje de simetría y esfuerzos



Simplificaciones en estructuras simétricas

Estados de carga simétricos – Eje de simetría pasa por un nudo

En cuanto a los esfuerzos en el punto medio, se tiene:

- Los esfuerzos en el punto medio por las condiciones de simetría:

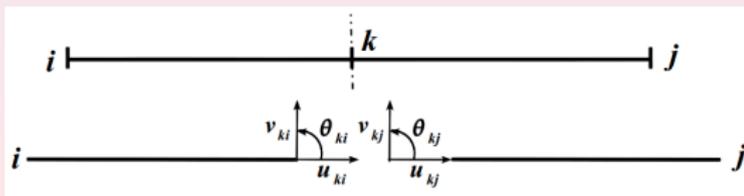
$$N_{ki} = N_{kj} \quad V_{ki} = -V_{kj} \quad M_{ki} = M_{kj}.$$

- Las condiciones de equilibrio en el punto medio exigen que se cumpla:

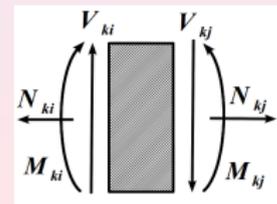
$$N_k = N_{kj} \quad V_{ki} = V_{kj} \quad M_{ki} = M_{kj}.$$

- Las condiciones anteriores solamente se pueden cumplir cuando:

$$\begin{aligned} N_k &= N_{ki} = N_{kj} \neq 0 \\ V_k &= V_{ki} = V_{kj} = 0 \\ M_k &= M_{ki} = M_{kj} \neq 0 \end{aligned}$$



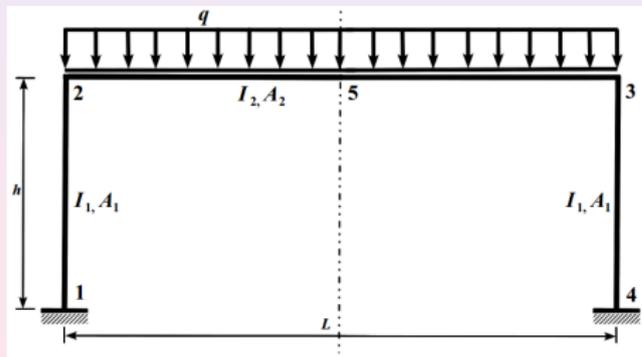
Pieza, eje de simetría y esfuerzos



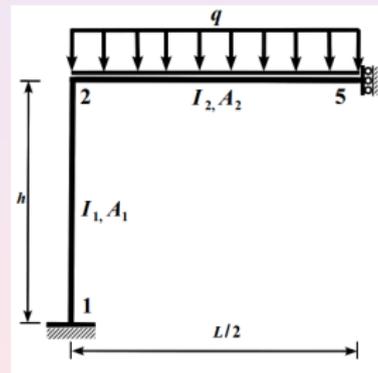
Simplificaciones en estructuras simétricas

Simplificaciones en estructuras simétricas con cargas simétricas

El análisis de una estructura simétrica con cargas simétricas se puede reducir al análisis de media estructura.



Estructura simétrica con carga simétrica 1



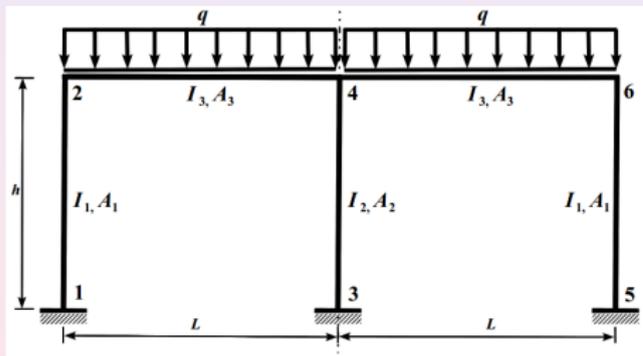
Estructura simplificada 1



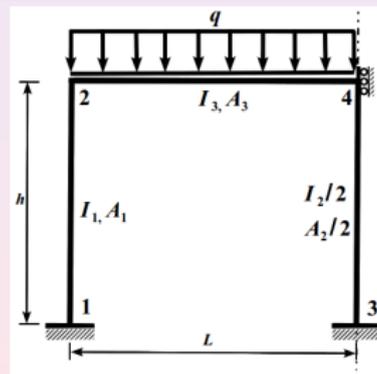
Simplificaciones en estructuras simétricas

Simplificaciones en estructuras simétricas con cargas simétricas

El análisis de una estructura simétrica con cargas simétricas se puede reducir al análisis de media estructura.



Estructura simétrica con carga simétrica 2



Estructura simplificada 2



Simplificaciones en estructuras simétricas

Estados de carga antisimétricos – Eje de simetría pasa por un nudo

La siguiente pieza muestra el eje de simetría, los correspondientes grados de libertad en el centro de la pieza y los esfuerzos en dicho punto. Para lo que se tiene:

- Los desplazamientos en el punto medio por las condiciones de antisimetría:

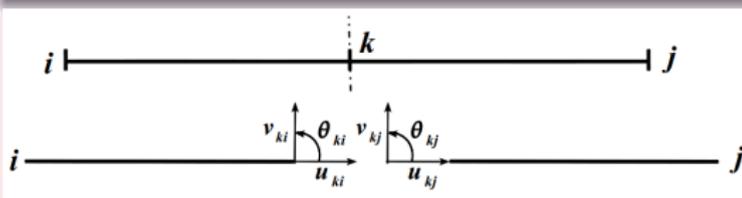
$$u_{ki} = u_{kj} \quad v_{ki} = -v_{kj} \quad \theta_{ki} = \theta_{kj}.$$

- Las condiciones de compatibilidad en el punto medio exigen que se cumpla:

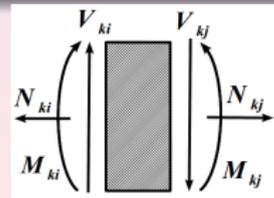
$$u_{ki} = u_{kj} \quad v_{ki} = v_{kj} \quad \theta_{ki} = \theta_{kj}.$$

- Las condiciones anteriores solamente se pueden cumplir cuando:

$$\begin{aligned} u_k &= u_{ki} = u_{kj} \neq 0 \\ v_k &= v_{ki} = v_{kj} = 0 \\ \theta_k &= \theta_{ki} = \theta_{kj} \neq 0 \end{aligned}$$



Pieza, eje de simetría y esfuerzos



Simplificaciones en estructuras simétricas

Estados de carga antisimétricos – Eje de simetría pasa por un nudo

En cuanto a los esfuerzos en el punto medio, se tiene:

- Los esfuerzos en el punto medio por las condiciones de antisimetría:

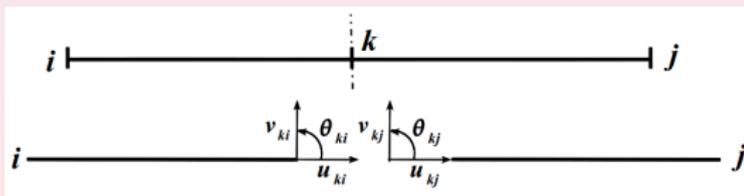
$$N_{ki} = -N_{kj} \quad V_{ki} = V_{kj} \quad M_{ki} = -M_{kj}$$

- Las condiciones de equilibrio en el punto medio exigen que se cumpla:

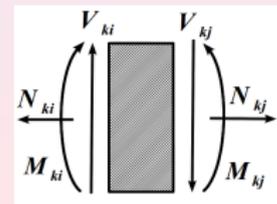
$$N_{ki} = N_{kj} \quad V_{ki} = V_{kj} \quad M_{ki} = M_{kj}$$

- Las condiciones anteriores solamente se pueden cumplir cuando:

$$\begin{aligned} N_k &= N_{ki} = N_{kj} = 0 \\ V_k &= V_{ki} = V_{kj} \neq 0 \\ M_k &= M_{ki} = M_{kj} = 0 \end{aligned}$$



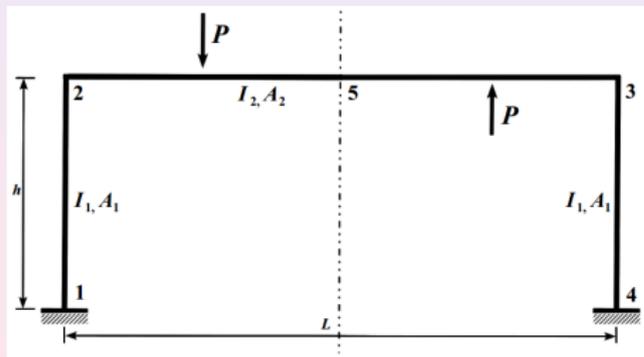
Pieza, eje de simetría y esfuerzos



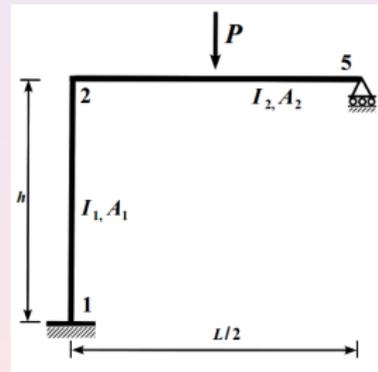
Simplificaciones en estructuras simétricas

Simplificaciones en estructuras simétricas con cargas antisimétricas

El análisis de una estructura simétrica con cargas antisimétricas se puede reducir al análisis de media estructura.



Estructura simétrica con carga antisimétrica 1



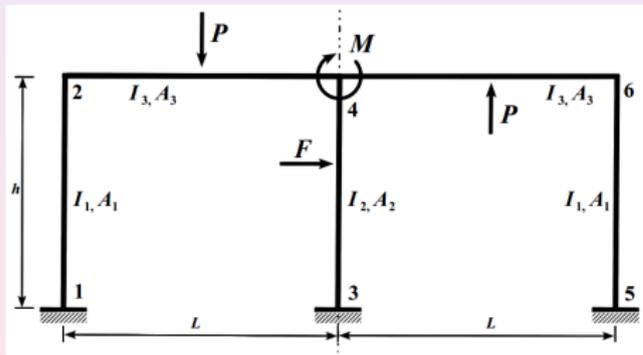
Estructura simplificada 1



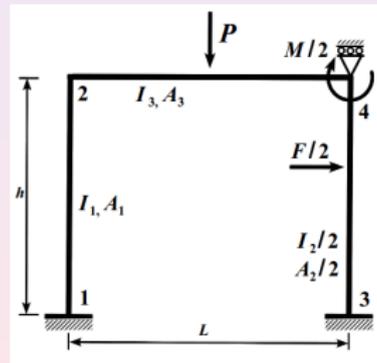
Simplificaciones en estructuras simétricas

Simplificaciones en estructuras simétricas con cargas antisimétricas

El análisis de una estructura simétrica con cargas antisimétricas se puede reducir al análisis de media estructura.



Estructura simétrica con carga antisimétrica 2



Estructura simplificada 2



Referencias

-  **P. Martí Montrull.**
Análisis de Estructuras. Métodos Clásicos y Matriciales.
Cartagena, Horacio Escarabajal, 2007.
-  **H.H. West.**
Análisis de Estructuras. Una Integración de los Métodos
Clásicos y Modernos.
México, CECSA, 1984.
-  **Ch. H. Norris, J.B. Wilbur, S. Utku.**
Análisis Elemental de Estructuras.
Bogotá, McGraw-Hill, 1982.