



Variable Compleja & Transformadas (Matemáticas II)
Departamento de Matemática Aplicada y Estadística

E.T.S. Ingeniería Industrial ▷ UPCT
Grado en Ingeniería Electrónica Industrial y Automática

Práctica 7. Método de las diferencias finitas para la ecuación de ondas

1. Comandos utilizados

<code>diary('sesion7')</code>	En el archivo <code>sesion7.m</code> se guarda la práctica.
<code>diary off</code>	Ordena el cierre de la sesión.
<code>f=inline('f(x)')</code>	Define la función $f = f(x)$.
<code>norm(v,2)</code>	Calcula la norma 2 del vector v .
<code>norm(v,1)</code>	Calcula la norma 1 del vector v .
<code>norm(v,inf)</code>	Calcula la norma infinito del vector v .
<code>format long e</code>	Formato para ver más decimales con notación exponencial.
<code>format short e</code>	Formato para ver menos decimales con notación exponencial.

2. Ejercicios

♣ **Ejercicio 1:** Resuelve mediante el método de las diferencias finitas (con $n = m = 10$ nodos) la ecuación de ondas

$$u_{tt}(x, t) = 4u_{xx}(x, t); \quad (x, t) \in (0, 1) \times (0, 0.5),$$

con las condiciones de contorno:

$$\begin{aligned} u(0, t) &= 0, & u(1, t) &= 0, & t &\in [0, 0.5], \\ u(x, 0) &= f(x) = \text{sen}(2\pi x) + \text{sen}(\pi x), & x &\in [0, 1], \\ u_t(x, 0) &= g(x) = 0, & x &\in [0, 1]. \end{aligned}$$

Representa gráficamente la solución para $x \in [0, 1]$ y $t(9)$. Representala también $u(x, t)$ para todos los valores de x y de t .



♣ **Ejercicio 2:** La función $u(x, t) = 2 \operatorname{sen}(\pi x) 4 \cos(2\pi t) + \operatorname{sen}(2\pi x) \cos(4\pi t)$ es la solución exacta de la ecuación del ejercicio 1. Representala gráficamente. Calcula el error entre la solución exacta y la solución aproximada en norma 2, norma 1 y norma infinito. Representa en una misma gráfica la solución exacta para cada nodo espacial a lo largo del tiempo.

♣ **Ejercicio 3:** Considera la ecuación del ejercicio 1 con $n = 20$ y $m = 30$ y la siguiente función (no regular) como condición inicial

$$f(x) = \begin{cases} x & x \in [0, 3/5] \\ 1.5 - 1.5x & x \in [3/5, 1]. \end{cases}$$

Calcula la solución aproximada y su representación gráfica.

3. Ejercicios propuestos

Enunciado general: Se considera la ecuación de ondas $u_{tt}(x, t) = c^2 u_{xx}(x, t)$; $(x, t) \in (0, a) \times (0, b)$, con las condiciones iniciales y de contorno

$$\begin{aligned} u(x, 0) &= f(x) & \text{para } 0 \leq x < a, \\ u_t(x, 0) &= g(x) & \text{para } 0 \leq x < a, \\ u(0, t) &= 0 & \text{para } 0 \leq t < b, \\ u(a, t) &= 0 & \text{para } 0 \leq t < b. \end{aligned}$$

Resuelve mediante el método de las diferencias finitas el problema planteado en cada caso utilizando el fichero `ondas.m`.

◀ **Ejercicio:** $a = 1, b = 1, c = 1, f(x) = \operatorname{sen}(\pi x), g(x) = 0, h = 0.1, k = 0.1$.

- Representa la solución exacta $u(x, t) = \operatorname{sen}(\pi x) \cos(\pi t)$.
- Compara ambas soluciones en el instante que corresponde al sexto nodo.
- Calcula los errores entre la solución exacta y la aproximada en norma 1, 2 e infinito.
- Representa en una misma gráfica la solución exacta para cada nodo espacial a lo largo del tiempo.

◀ **Ejercicio:** $a = 1, b = 2, c = 1, f(x) = x - x^2, g(x) = 0, h = 0.1, k = 0.05$,

- Representa la solución aproximada.
- Representa en una misma gráfica la solución aproximada para cada nodo espacial a lo largo del tiempo.

Nota: Es importante cerrar la sesión.